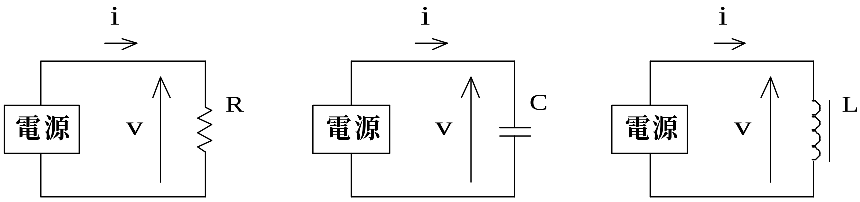
平地研究室技術メモ No.20150525

電気回路の基本：コンデンサとリアクトルの電圧と電流の関係

（読んでほしい人：電気系以外の高専生と大学生）

2015/5/25 舞鶴高専 平地克也

図１(a)に示した抵抗 R の電圧 v と電流 i にはオームの法則「v＝iR」が成立することはご存じのことと思いますが、電気回路では抵抗以外にコンデンサとリアクトルが用いられます。コンデンサとリアクトルではオームの法則は成立せず、v と i の関係はもう少し複雑な式になります。本技術メモでは図１(b)と図１(c)の v と i の関係を分かり易く説明します。



(a) 抵抗　(b) コンデンサ　(c) リアクトル

図１ 電圧と電流の関係

■コンデンサの特性

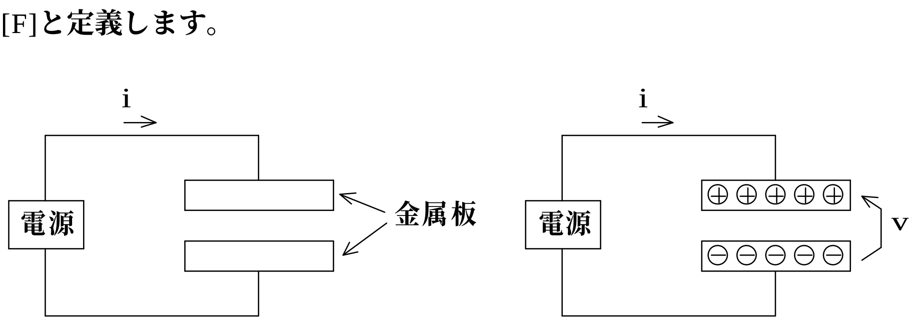
コンデンサは図２(a)のように 2 枚の金属板が向かい合った構造となっています。電流 i が流れると図２(b)のように金属板には＋と－の電荷が蓄積されます。これをコンデンサの充電と言います。1[A]の電流で 1 秒充電した時の電荷を 1 クーロンと定義します。よって、電荷 q と電流 i と充電時間 t の間には次の式が成立します。

q＝it

図２(b)のようにコンデンサが充電されて電荷が蓄積されると 2 枚の金属板の間には電圧 v が発生します。電圧と電荷は比例の関係にあり、次の式が成立します。C は比例係数です。

q＝Cv　・・・・(1)

比例係数 C はコンデンサの 2 枚の金属板の面積に比例します。つまり、金属板の面積が大きいほど同じ電圧で沢山の電荷を蓄積することができます。よって、比例係数 C はコンデンサが電荷を蓄積する能力を表している、と考えることができるので C をコンデンサの「容量」と言います。容量 C の単位はファラッド[F]であり、1 クーロンの電荷を蓄積した時に 1[V]の電圧が発生するコンデンサの容量を 1[F]と定義します。



(a) コンデンサの構造　(b) コンデンサの充電

図２ コンデンサの構造と充電

なお、実物のコンデンサは容量が大きくてもなるべく小型にするために金属板を薄くする、多数の金属板を積層する、などいろんな工夫をしています。

■コンデンサの電圧と電流の関係

コンデンサが 10A の一定電流で充電された時の電荷 q と電圧 v の変化を図３(a)に示します。q＝it の関係から、コンデンサの充電電荷は 2 秒で 20 クーロン、4 秒で 40 クーロンとなります。コンデンサの容量 C が 2[F]なら q＝Cv より v＝0.5q となり、2 秒で 10[V]、4 秒で 20[V]となります。

図３(b)では充電電流 i が最初の 2 秒は 10[A]、次の 1 秒が 20[A]、その後は 0[A]と変化した時の q と v の変化を示します。0 秒～2 秒は図３(a)と同じですが、2 秒～3 秒は充電電流が 2 倍なので 2 倍の速さで充電されて 3 秒の時点で q＝40 クーロン、v＝20[V]となります。3 秒以降は充電されないので q と v は一定です。

以上から分かるように、コンデンサの電流 i と電荷 q の関係はいわば水槽に注ぐ水の量と水槽に貯まる水の量と同じ関係であり、電流 i の積分が電荷 q となります。よって、次の式が成立します。

$$q = \int i dt \quad \cdot\cdot\cdot\cdot (2)$$

図３(b)に(2)式を適用すると電荷 q は次のように計算されます。

$$q = \int_0^3 i dt = \int_0^2 10 dt + \int_2^3 20 dt = 10 \times 2 + 20 \times 1 = 40$$

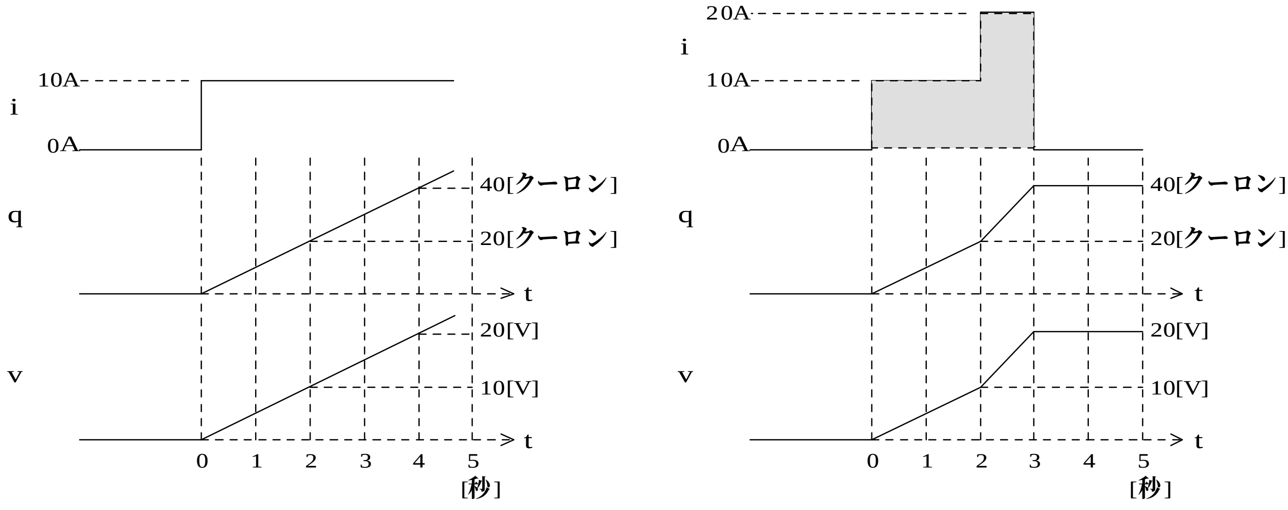
これは即ち図３(b)の i の面積（塗りつぶし部分）を求めたことになります。

(1)式と(2)式から q を消去すると、

$$v = \frac{1}{C}\int i dt \quad \cdot\cdot\cdot\cdot (3)$$

この式を微分すると、

$$i = C\frac{dv}{dt} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot (4)$$



(a) 充電電流が 10A 一定の時　　　(b) 充電電流が変化した時

図３ コンデンサの電流、電荷、電圧の変化（C＝2[F]の時）

(3)式と(4)式がコンデンサの電圧と電流の関係です。オームの法則よりはやや複雑ですが、微積分を学習ずみの方には特に難しい式ではありません。

■リアクトルの特性と電圧・電流の関係

図４にリアクトルの構造を示します。鉄心に電線が多数巻かれています。なお、リアクトルは電気回路の教科書では「コイル」または「インダクタ」と記載されている場合が多いようですが、電気関連企業ではリアクトルと呼んでいる場合が多いと思います。ここではリアクトルと呼びます。

リアクトルに電圧 v を印加すると電流 i が流れて磁束φが発生します。磁束に巻線のターン数 N を乗じたものを磁束鎖交数と言います。単位はウエーバ[Wb]です。

磁束鎖交数＝Nφ[Wb]

リアクトルの磁束鎖交数と端子電圧 v には次の関係があります。これをファラデーの電磁誘導の法則と言います。

$$v = \frac{dNf}{dt}$$

この式を積分すると、

$$Nf = \int vdt \quad ・・・・(5)$$

コンデンサでは電流の積分が電荷になりましたが、リアクトルでは電圧の積分が磁束鎖交数になります。また、コンデンサでは電荷と電圧が比例しましたが、リアクトルでは磁束鎖交数と電流が比例し、次の式が成立します。L は比例係数でインダクタンスと呼びます。単位はヘンリー[H]です。

$$Nf = Li \quad ・・・・(6)$$

(5)式と(6)式から Nf を消去すると、

$$i = \frac{1}{L}\int vdt \quad ・・・・(7)$$

この式を微分すると、

$$v = L\frac{di}{dt} \quad ・・・・(8)$$

(7)式と(8)式がリアクトルの電圧と電流の関係です。

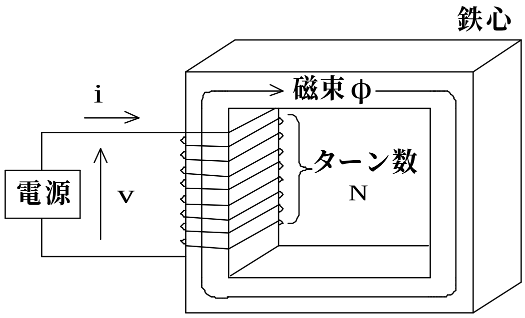


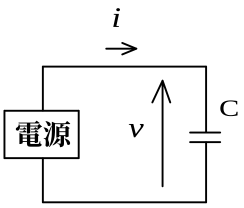
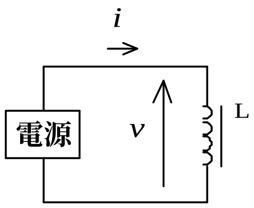
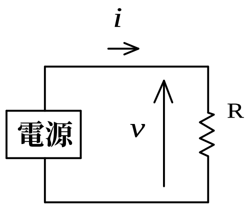
図４ リアクトルの構造

■コンデンサとリアクトルの電圧と電流の関係

以上、コンデンサとリアクトルの電圧と電流の関係を導出しましたが、全てをまとめると表１になります。コンデンサとリアクトルは次のように対称の関係があることが分かります。

(2)(5)式：コンデンサでは電流を積分すると電荷、リアクトルでは電圧を積分すると磁束鎖交数。
(1)(6)式：コンデンサでは電荷と電圧が比例、リアクトルでは磁束鎖交数と電流が比例。
(3)(7)式：コンデンサでは電流の積分が電圧に比例、リアクトルでは電圧の積分が電流に比例。
(4)(8)式：コンデンサでは電圧の微分が電流に比例、リアクトルでは電流の微分が電圧に比例。

表１　コンデンサとリアクトルの電圧と電流の関係

コンデンサ	リアクトル	抵抗（参考）
		
$q=\int idt$　　(2)	$Nf=\int vdt$　　(5)	
$q=Cv$　　(1)	$Nf=Li$　　(6)	
$v=\dfrac{1}{C}\int idt$　　(3)	$i=\dfrac{1}{L}\int vdt$　　(7)	$v=Ri$
$i=C\dfrac{dv}{dt}$　　(4)	$v=L\dfrac{di}{dt}$　　(8)	$i=\dfrac{v}{R}$

q は電荷
Nf は磁束鎖交数
C は容量
L はインダクタンス

■正弦波交流の場合

表１の式はコンデンサとリアクトルの基本特性から導出された式なのでいかなる場合も成立します。例えば電源電圧が直流でも交流でも、正弦波でも方形波でも成立します。次に、交流回路では電源電圧が正弦波の場合が多いのでその場合に成立する式を導出します。電源電圧の実効値を V とすると、電源電圧の瞬時値 v は次の式で表されます。$\sqrt{2}V$ は正弦波電圧のピーク値、ωは v の角周波数です。

$$v=\sqrt{2}V\sin wt\ \text{[V]}\quad\cdots\cdot(9)$$

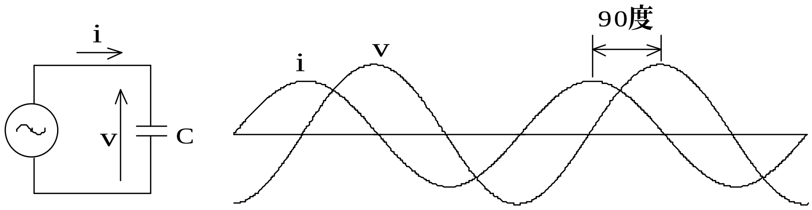
この式を(4)式に代入すると、

$$i=C\frac{dv}{dt}=C\frac{d}{dt}\left(\sqrt{2}V\sin wt\right)=\sqrt{2}VwC\cos wt=\sqrt{2}VwC\sin\left(wt+\frac{p}{2}\right)$$

よって、

$$i=\sqrt{2}VwC\sin\left(wt+\frac{p}{2}\right)\text{[A]}\quad\cdots\cdot(10)$$

この式から正弦波交流ではコンデンサの電流は電圧より 90 度進むことが分かります。よって、v と i の波形は図５のような関係となります。



(a) **回路図**　　　(b) **電圧電流波形**

図５　正弦波交流でのコンデンサの電圧電流波形

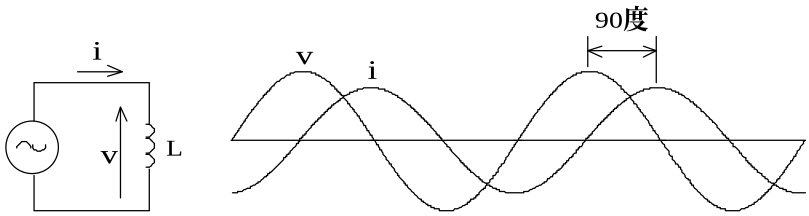
(9)**式を**(7)**式に代入すると、**

$$i=\frac{1}{L}\int vdt=\frac{1}{L}\int\left(\sqrt{2}V\sin wt\right)dt=\frac{\sqrt{2}V}{wL}\left(-\cos wt\right)=\frac{\sqrt{2}V}{wL}\sin\left(wt-\frac{p}{2}\right)$$

よって、

$$i=\frac{\sqrt{2}V}{wL}\sin\left(wt-\frac{p}{2}\right)\ [\mathrm{A}]\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(11)$$

この式から正弦波交流ではリアクトルの電流は電圧より 90 **度遅れることが分かります。よって、**v **と** i **の波形は図６のような関係となります。**



(a) **回路図**　　　(b) **電圧電流波形**

図６　正弦波交流でのリアクトルの電圧電流波形

以上