

LCフィルタの高周波特性の検討

(読んでほしい人：パワエレ初心者)

2013/7/31 舞鶴高専 平地克也

LCフィルタ(図1)はパワエレ装置の定番回路です。伝達関数の導出方法などは平地研究室技術メモ No.20081125「DC/DCコンバータの定電圧制御系の伝達関数とブロック線図」を参照下さい。また、この回路はLの抵抗成分 R_L を考慮しないと誤差が大きくなることを平地研究室技術メモ No.20090227「LCフィルタの伝達関数(Lの抵抗成分の影響)」で説明しました。 R_L を考慮したLCフィルタの等価回路を図2に、この回路の伝達関数を(1)式に示します。この回路のボード線図の例を図3に示します。

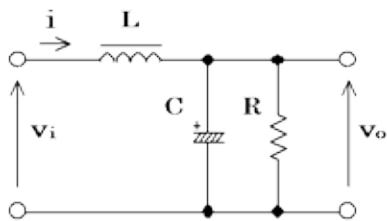


図1 LCフィルタ
(Rは負荷抵抗)

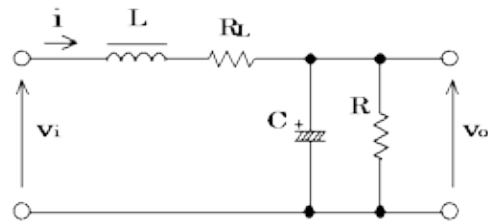


図2 LCフィルタの等価回路
(Lの抵抗成分 R_L を考慮)

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{R_L + R} \frac{\frac{R_L + R}{LCR}}{s^2 + \frac{R_L}{L}s + \frac{1}{CR}} + \frac{R_L + R}{LCR} \dots (1)$$

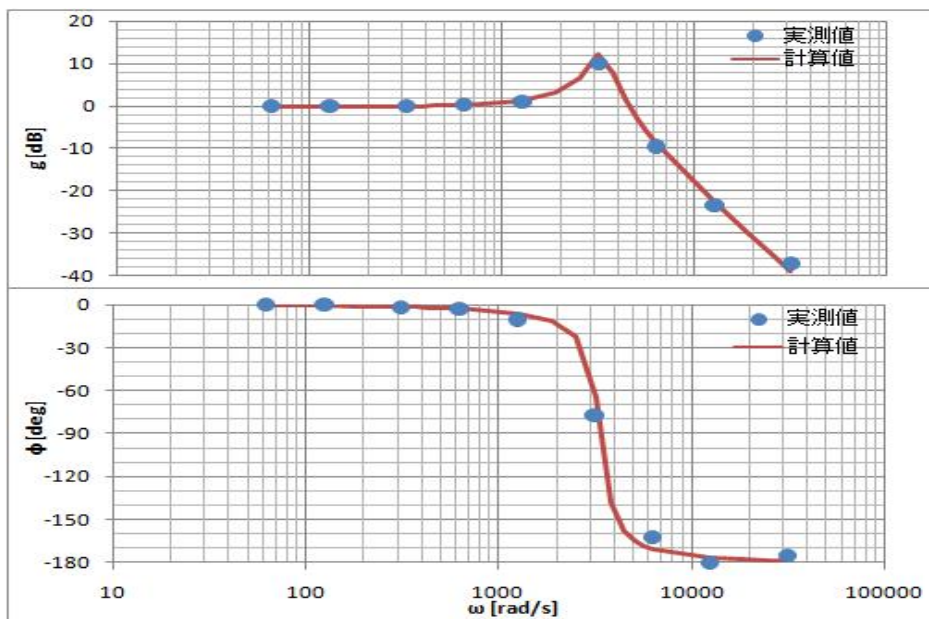


図3 LCフィルタのボード線図(平地研究室技術メモ No.20090227より)

このように、LC フィルタは 2 次遅れ要素と考えられ、パワエレ装置の通常の特解析では図 2 と (1)式を用いれば OK です。しかし、周波数の高い領域の特性を議論する場合には L の寄生容量と C の寄生インダクタンス成分などを考慮する必要があると想像されます。そこで、数種類の L と C を用いて LC フィルタの特性を実測し、L と C の寄生成分を考慮した場合の理論値を導出して比較しました。その結果次のような成果を得ることができました。

- ・ LC フィルタを 2 次遅れで近似した場合は高周波領域で誤差が生じることを確認した。(5.1 節)
- ・ C の寄生要素の簡単な実測方法を検討した。(5.2 節)
- ・ L の寄生要素の簡単な実測方法を検討した。(5.3 節)
- ・ L と C の寄生要素を考慮した LC フィルタの等価回路と伝達関数を導出した。(40 頁 ~ 41 頁)
- ・ 導出した伝達関数で計算した LC フィルタの特性を実測値とシミュレーション値と比較し、おおむね良好な一致を得た。(5.5 節)

次頁以下に実験と計算の詳細のレポートを示します。なお、このレポートは平地研究室 2010 年度卒業生内田光耶の卒業論文の一部 (第 5 章) をほぼそのまま転載するものです。

内容

第5章 LCフィルタの高周波特性の検討	4
5.1 LCフィルタ部の特性の測定	4
5.1.1 実験方法	4
5.1.2 実験結果	4
5.1.3 考察	13
5.2 コンデンサの周波数特性の測定	14
5.2.1 実験方法	14
5.2.2 実験結果	15
5.2.3 コンデンサの回路モデル	20
5.2.4 周波数特性からのパラメータ取得	20
5.3 コイルの周波数特性の測定	28
5.3.1 実験方法	28
5.3.2 実験結果	28
5.3.3 コイルの回路モデル	32
5.3.4 周波数特性からのパラメータ取得	33
5.3.5 自己共振周波数の近似	38
5.4 製品カタログからのパラメータ取得	38
5.5 伝達関数	40
5.5.1 伝達関数の計算とボード線図描画	40
5.5.2 伝達関数の確認シミュレーション	47
5.6 まとめ	49
参考文献	49
付録C	50

第5章 LCフィルタの高周波特性の検討

本章の実験では、LCフィルタの高周波域での振る舞いを解析し、特性をより正確に現わす伝達関数を求めることを目的としている。

5.1 LCフィルタ部の特性の測定

5.1.1 実験方法

図 5.1 に示す測定回路のように、LCフィルタを構成する。これに交流電圧 V_n を入力として加える。オシロスコープによって入力 V_n と出力 V_o を観測する。 V_n と V_o の大きさ[V] および両者の位相[sec]を測定し、ゲインと位相差を計算してボード線図を描く。計算式は

$$\text{ゲイン} : g = 20 \log_{10} \frac{\frac{\partial V_o}{\partial V_n}}{\frac{\partial}{\partial}} \quad (5.1)$$

$$\text{位相差} : j = 360' / ' f$$

で与えられる。なお、 j は位相差のオシロスコープでの読み取り値(単位は時間)である。

位相差が 360° なら $f = 1 \text{ 周期} = \frac{1}{f}$ であり、 $j = 360$ となる。

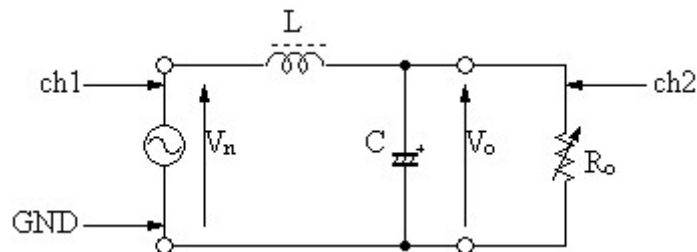


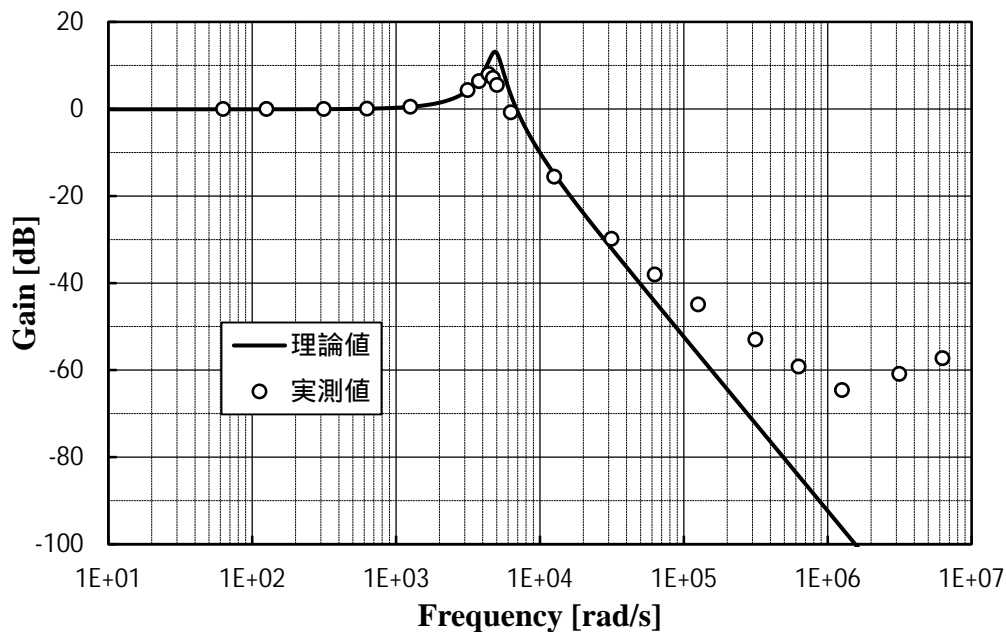
図 5.1 LCフィルタ測定回路

参考文献¹⁾に示された伝達関数を式(5.2)に示す。なお、 r_L は L の抵抗成分である。

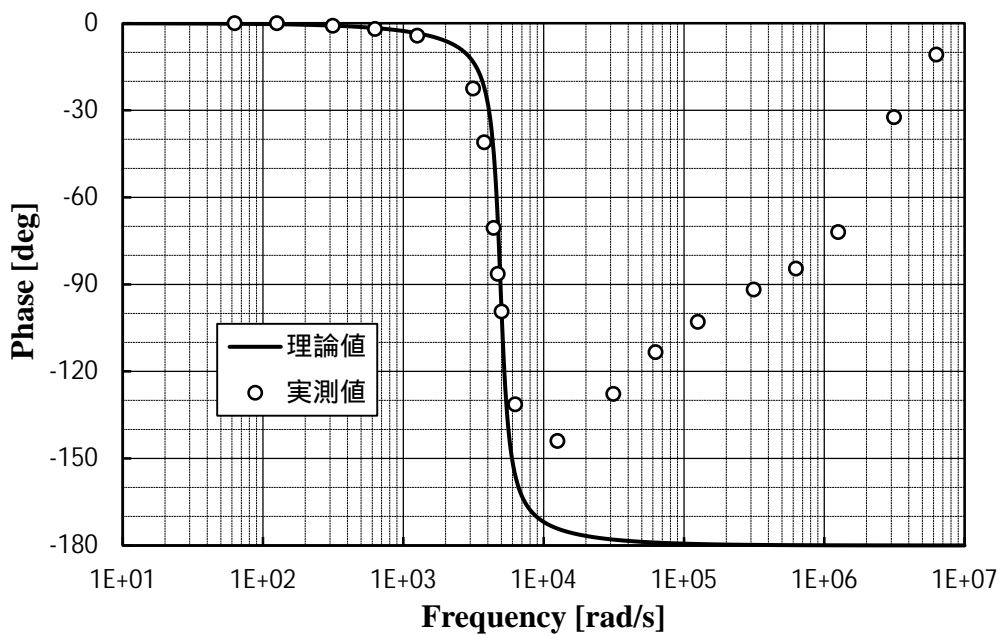
$$G_{LC}(s) = \frac{1}{LC} \frac{1}{s^2 + \frac{\partial L}{\partial} s + \frac{1}{R_o C} \frac{\partial}{\partial} + \frac{r_L + R_o}{R_o LC}} \quad (5.2)$$

5.1.2 実験結果

まず、 $L=430[\mu\text{H}]$ 、 $C=100[\mu\text{F}]$ 、 $R_o=11.7[]$ で実験を行なった(実験 5.1-1)。 R_o はスライド式巻線可変抵抗である。 r_L の値は L に直流電流を流して電圧を測定することによって正確に求められ、 $r_L=0.0867[]$ であった。実験結果を図 5.2 および付録の表 C.2 に示す。



(a)ゲイン特性



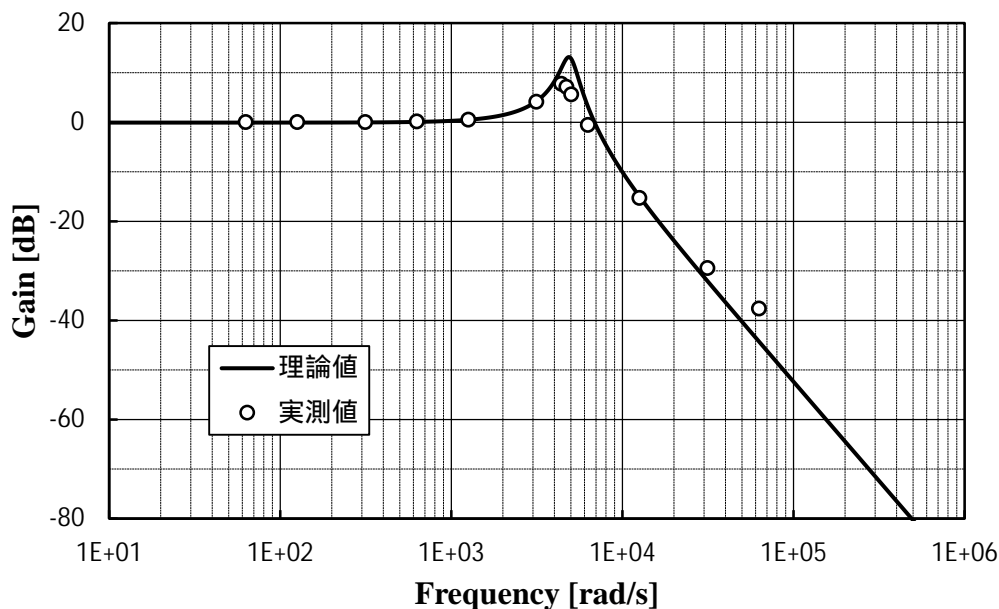
(b)位相特性

図 5.2 実験結果 5.1-1 ($L=430[\mu\text{H}]$, $C=100[\mu\text{F}]$, $R_0=11.7[\]$)

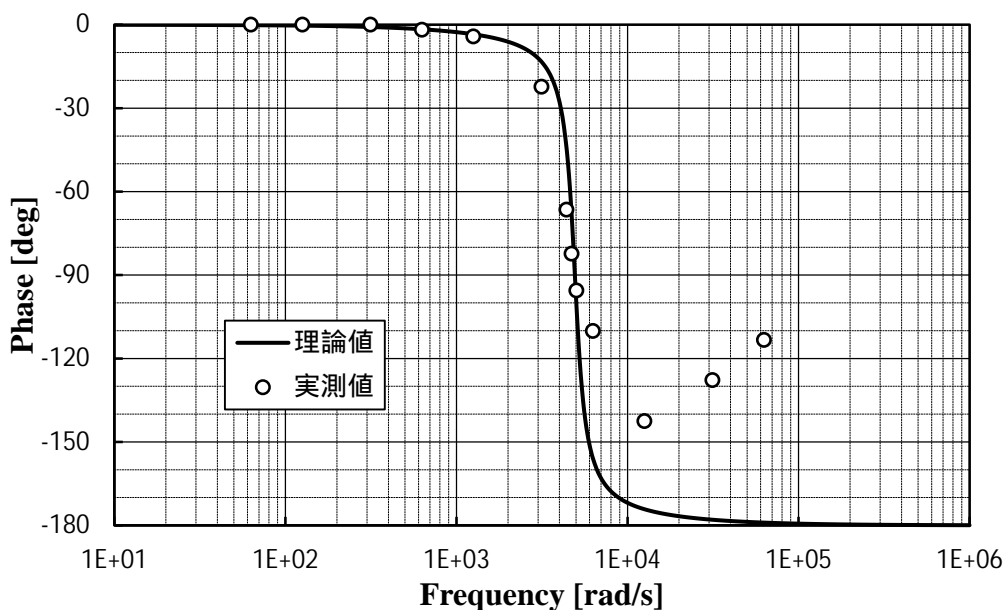
周波数が大きくなると、ゲインと位相差は理論値から離れ始めるという傾向が見受けられた。さらに周波数が大きくなると、理論値から離れるだけでなく、値が理論値と逆行して増加していくことがわかった。

この原因を究明するため、次の実験を行なった。上の実験では、降圧チョップパ回路に実装された LC フィルタを用い、他の部品も接続された状態で実験を行っていた。理論的に

は影響はないはずだが、なんらかの影響があるかもしれないとして、同じ部品を使い、独立した LC フィルタ回路を構成して実験を行なった。L は $430[\mu\text{H}]$ とし、C は $100[\mu\text{F}]$ (実験 5.1-2) と $3900[\mu\text{F}]$ (実験 5.1-3) の 2 種類で実験した。実験結果を図 5.3, 5.4 および付録の表 C.3, C.4 に示す。

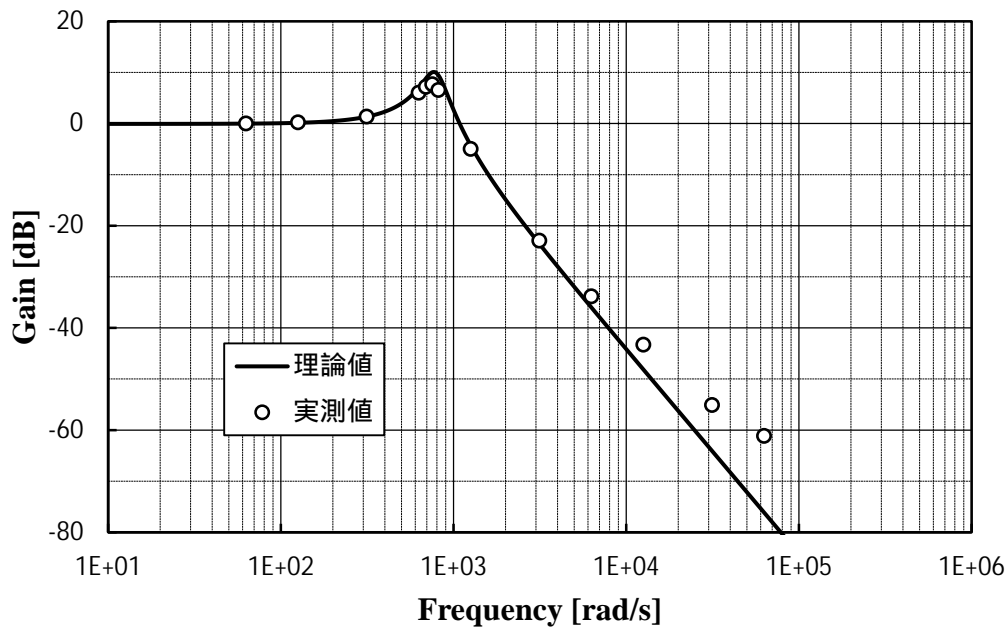


(a)ゲイン特性

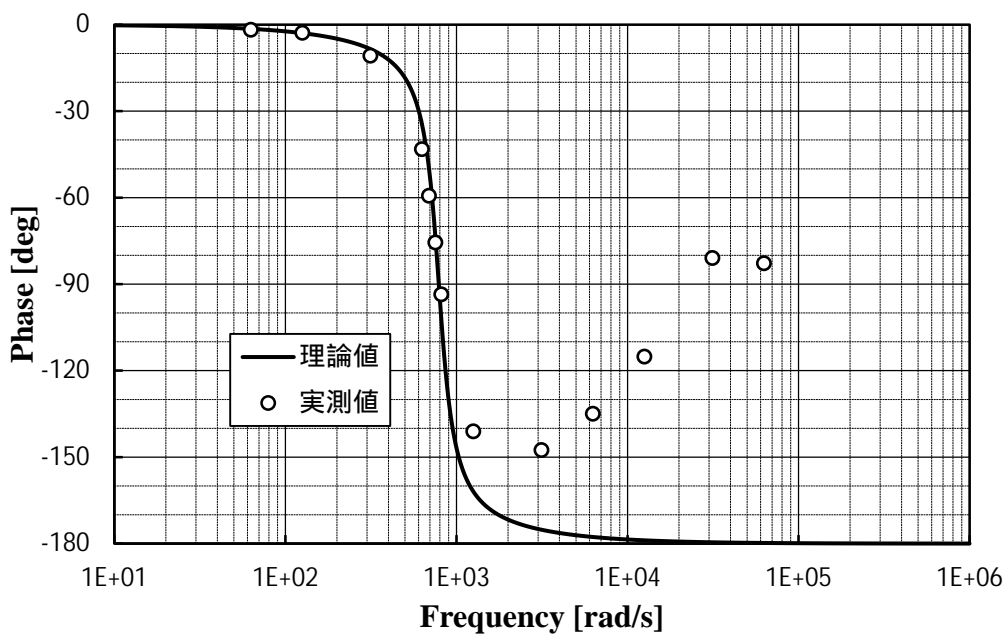


(b)位相特性

図 5.3 実験結果 5.1-2 ($L=430[\mu\text{H}]$, $C=100[\mu\text{F}]$, $R_0=11.7[]$)



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 5.4 実験結果 5.1-3 ($L=430[\mu\text{H}]$, $C=3900[\mu\text{F}]$, $R_o=11.7[\]$)

独立した LC フィルタで実験を行なったものの、結果は同様の傾向となった。図 5.2 と図 5.3 を比較すると、結果は一致しているといえる。これより、降圧チョップパ回路上で実験したかどうかはこの現象には影響していないことがわかった。

同様の実験を、 R_o を変更し、($L=430[\mu\text{H}]$, $C=220[\mu\text{F}]$, $R_o=27.5[\]$) でも行なった (実験 5.1-4)。図 5.5 および付録の表 C.5 に示す。

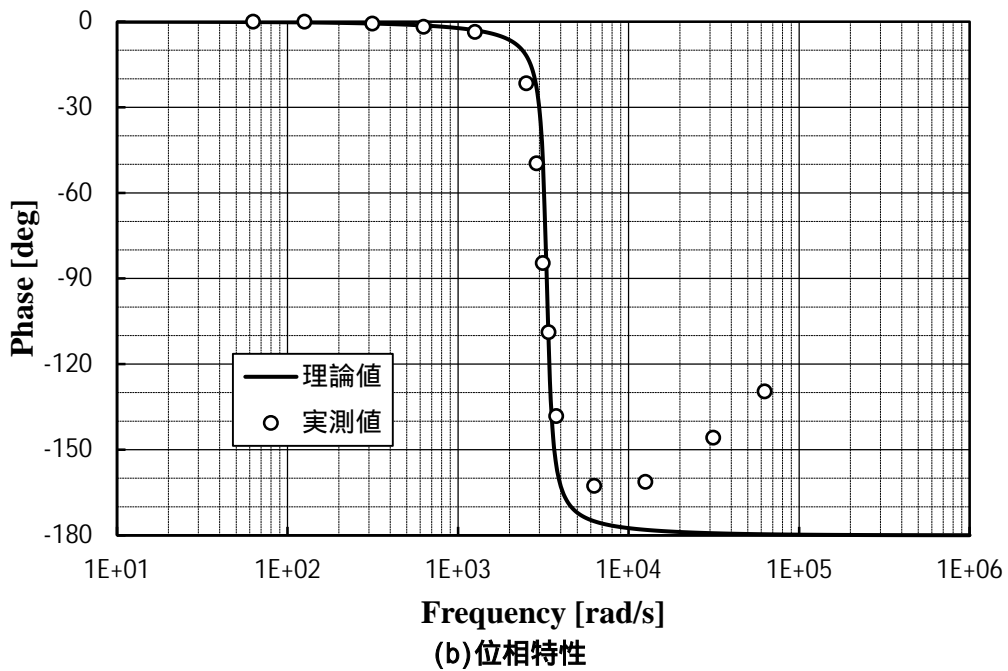
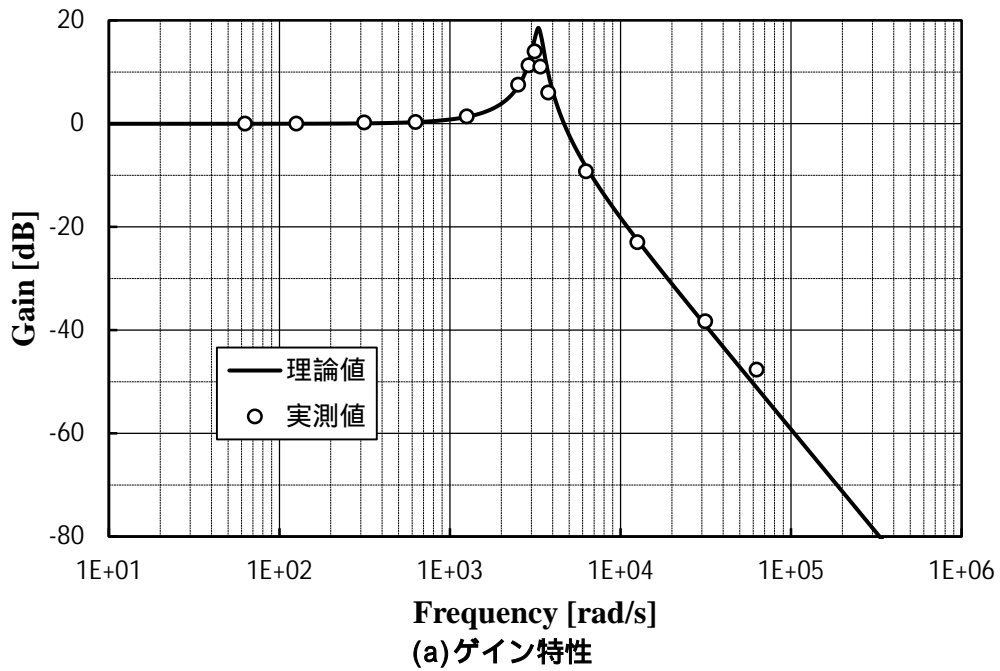


図 5.5 実験結果 5.1-4 ($L=430[\mu\text{H}]$, $C=220[\mu\text{F}]$, $R_0=27.5[]$)

31400 [rad/s](=5000[Hz])あたりまでの結果はほとんど理論値と一致している．しかし，31400 [rad/s](=5000[Hz])あたりからは，上記3つの実験結果と同じく，理論値から離れていく．

今、負荷可変抵抗 R_o は巻線抵抗であるから、インダクタンス成分を持っていると思われる。そのため、それを除外して比較実験を行なった。まず、負荷抵抗を含まないコイルとコンデンサのみの LC フィルタで実験を行なった(実験 5.1-5)。このとき、伝達関数は変化し、以下の式となる。

$$G_{LC}(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{r_L}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (5.3)$$

実験結果を図 5.6 および付録の表 C.6 に示す。

次に、負荷抵抗を巻線でない抵抗器(酸化金属被膜抵抗) 30Ω (測定値 29.9Ω) を用いて同様の比較実験を行った(実験 5.1-6)。実験結果を図 5.7 および付録の表 C.7 に示す。

図 5.5, 5.6, 5.7 を見比べると、大した差異は見受けられないため、負荷の種類は影響しておらず、巻線可変抵抗のインダクタンスは影響がない程度であることがわかる。

なお、参考文献(1)によると LC フィルタを 2 次遅れで近似した場合、固有角周波数 ω_n と減衰係数 z は次の式で近似される。

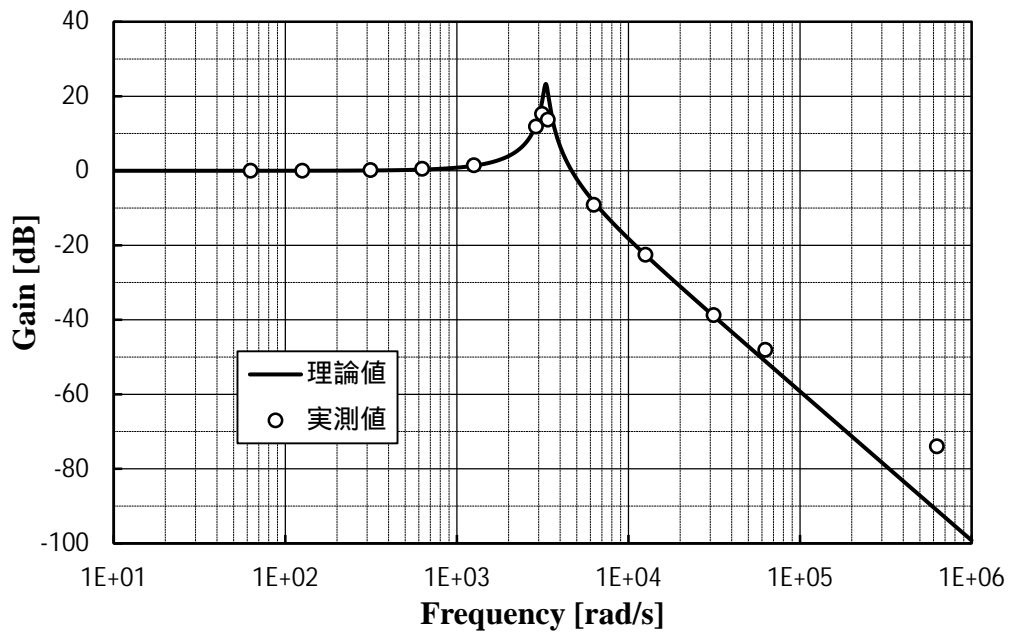
$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$z = \frac{r_L}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{1}{2R_o} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

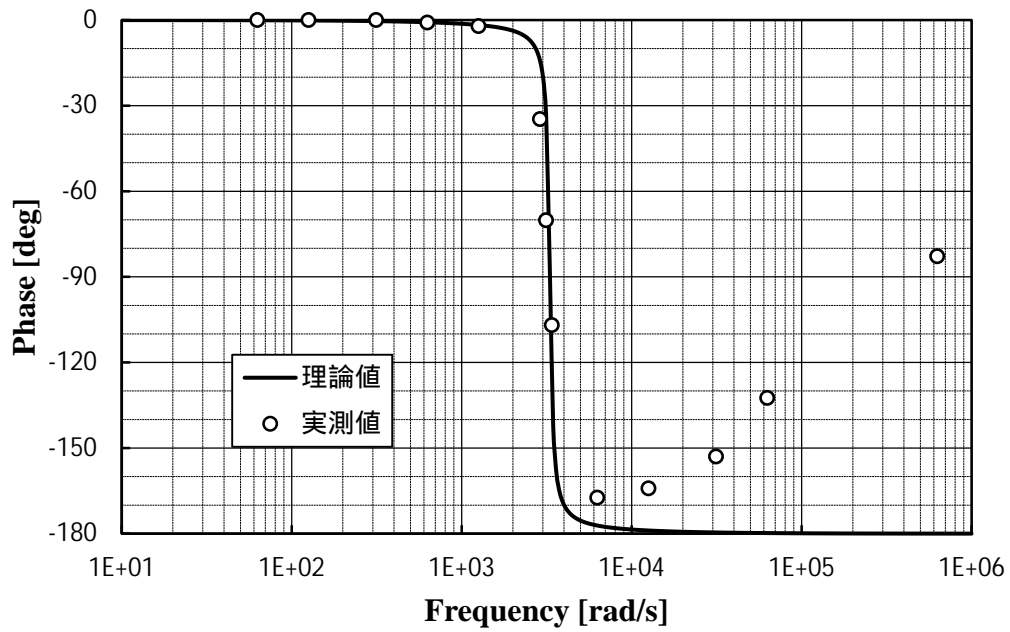
実験 5.1-4 (R_o あり) と実験 5.1-5 (R_o なし) を比較すると次のように計算される。

	L	C	r_L	R_o	ω_n 計算値	計算値
実験 5.1-4	430 μ H	220 μ F	0.0867	27.5	3251rad/sec	0.056
実験 5.1-5	430 μ H	220 μ F	0.0867	なし	3251rad/sec	0.031

よって、 R_o の有無により z に少し差が生じるので共振のピークが実験 5.1-5 の方が少し急峻になるが、その他の部分には大きな差はないと予想される。

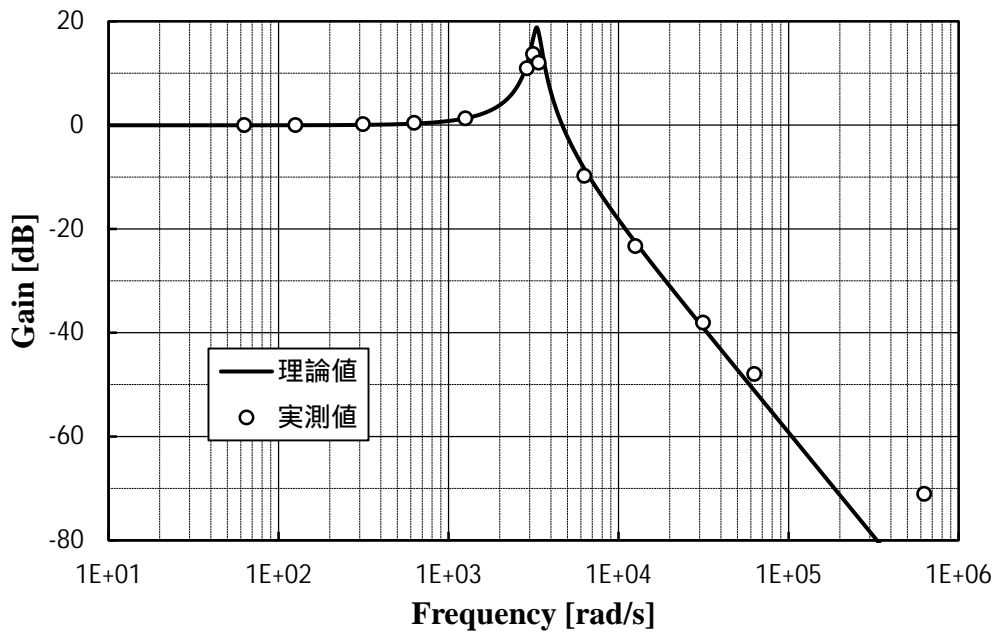


(a)ゲイン特性

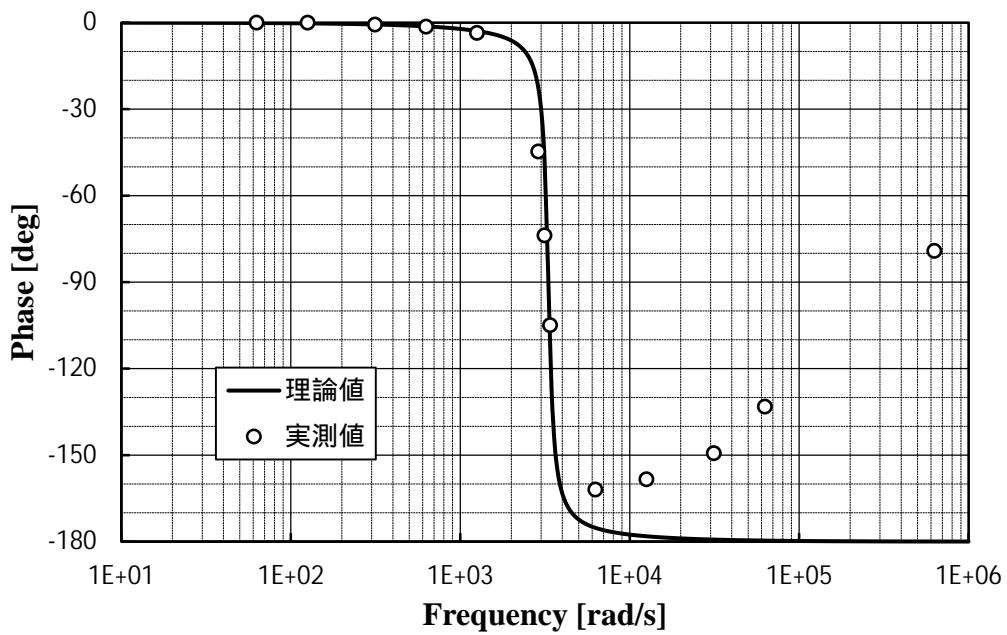


(b)位相特性

図 5.6 実験結果 5.1-5 ($L=430[\mu\text{H}]$, $C=220[\mu\text{F}]$, 負荷抵抗なし)



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

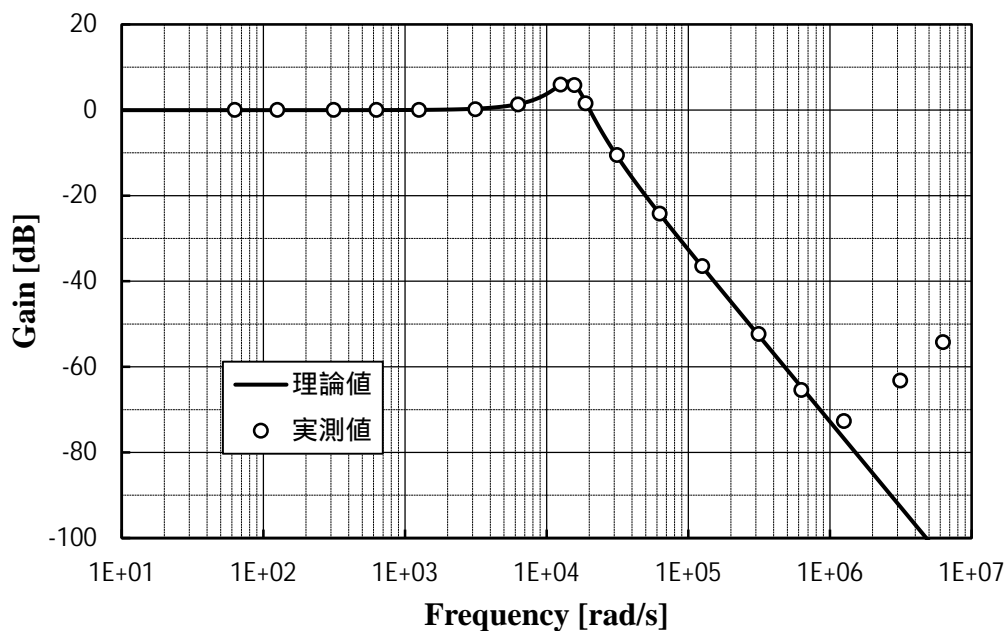
図 5.7 実験結果 5.1-6 ($L=430[\mu\text{H}]$, $C=220[\mu\text{F}]$, 抵抗器 $R_0=29.9[\]$)

コンデンサ C はここまでは電解コンデンサを使っていたが、フィルムコンデンサ $4.7\mu\text{F}$ を使用する。

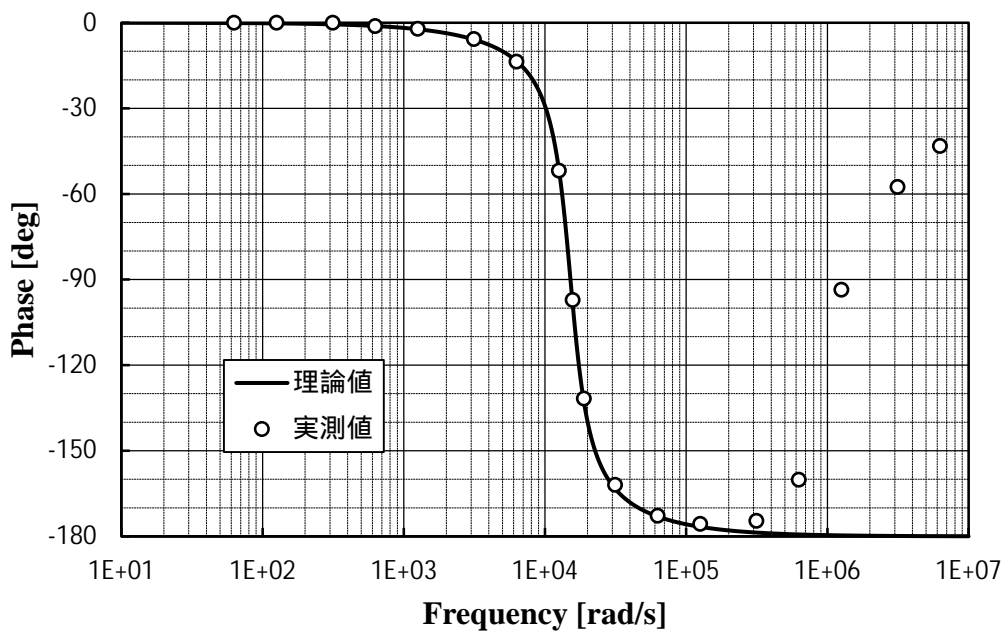
コイル L は、圧粉鉄心 $430\mu\text{H}$ を使っていたが、アモルファス巻鉄心 $930\mu\text{H}$ (実験 5.1-7) と、ダイヘン製の $70\mu\text{H}$ のもの (実験 5.1-8) を使って実験を行なった。抵抗成分 r_L はそ

れぞれ, $0.0822[\]$, $0.0229[\]$ であった.

抵抗には巻線可変抵抗を使わず, 続けて実験 5.1-6 で用いた抵抗器 29.9 $[\]$ を使用した. 実験結果を図 5.8, 5.9 および付録の表 C.8, C.9 に示す.

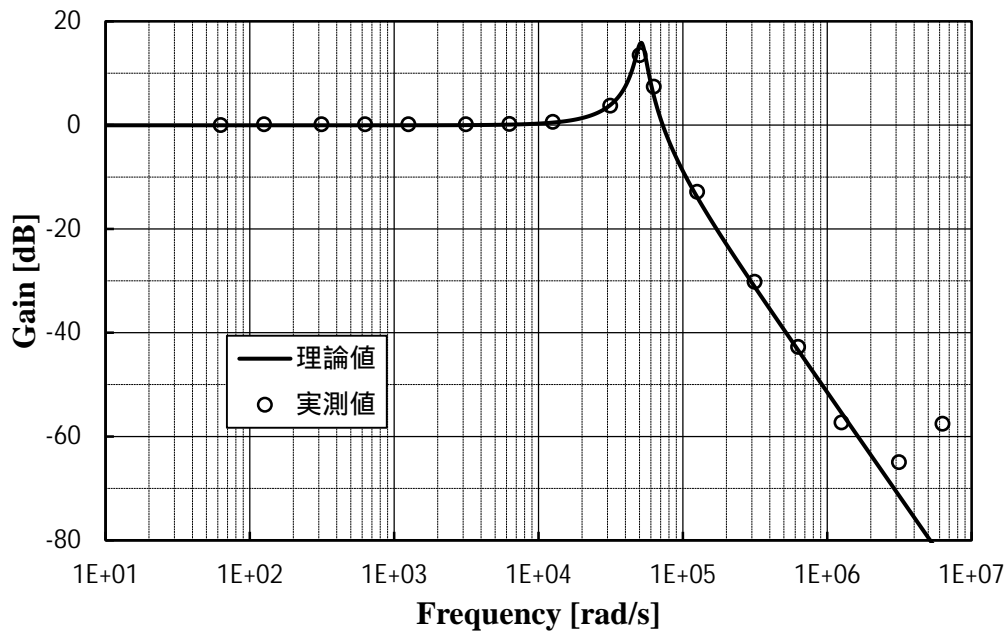


(a)ゲイン特性

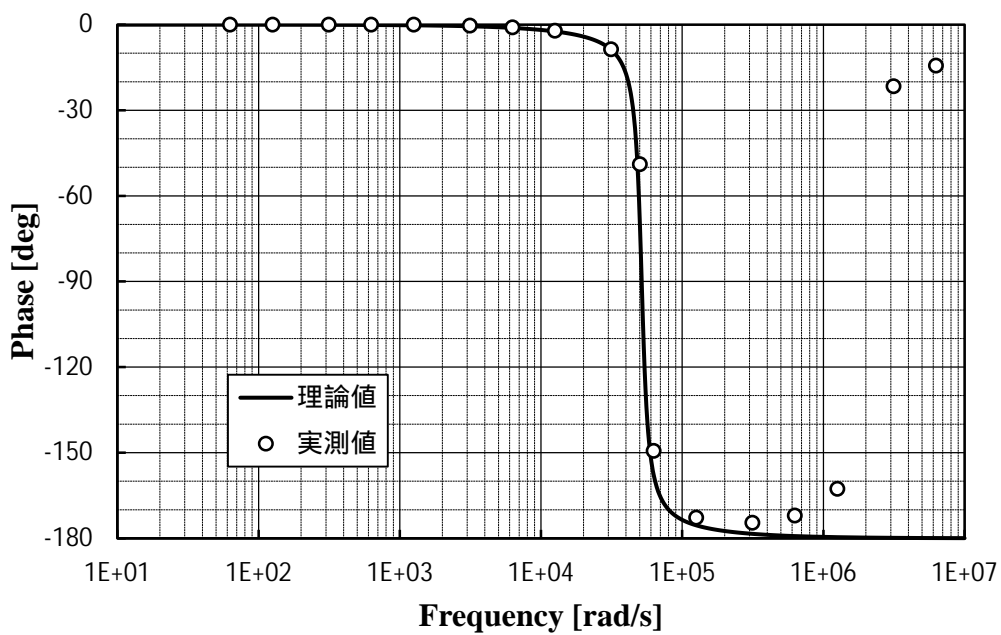


(b)位相特性

図 5.8 実験結果 5.1-7 ($L=930[\ \mu\text{H}]$, $C=4.7[\ \mu\text{F}]$, 抵抗器 $R_0=29.9[\]$)



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 5.9 実験結果 5.1-8 ($L=70[\mu\text{H}]$, $C=4.7[\mu\text{F}]$, 抵抗器 $R_0=29.9[\]$)

実験 5.1-1 ~ 5.1-6 と同様に，実測値の理論値からの乖離，増加が見受けられる．

5.1.3 考察

低周波域からピーク値付近までは，理論値に近い値が得られている．しかし，周波数が高くなると実測値は理論値から離れ始める．この理論値と実測値が離れるのは，図 5.2 ~ 図

5.7 では共振周波数の約 10 倍の周波数からである。しかし、図 5.8 では約 100 倍、図 5.9 では約 60 倍の周波数からであり、離れた後のゲインの増加が急激である。

位相差が理論値と離れるのも、ゲインのそれと同様の傾向がある。図 5.2～図 5.7 ではピークを過ぎたあたりから離れ始めている。図 5.8、図 5.9 ではピークを過ぎてもしばらく理論値と一致しているが、離れ始めた後は急激に変化している。

ゲインも位相も、実験 5.1-6 までと、部品を変更した実験 5.1-7、5.1-8 では高周波域での振る舞いが若干異なることがわかった。しかし、ゲインや位相差が理論値と逆行して増加するという現象は同じであった。

そこで、コンデンサには直列に寄生インダクタンスがあり、コイルには並列に寄生キャパシタンスがあり、それらは低周波域では無視できるが、高周波域では無視できない、という仮定をしてその確認実験を行なった。

5.2 コンデンサの周波数特性の測定

5.2.1 実験方法

コンデンサ C には直列に寄生インダクタンス L_c が含まれるというモデルを仮定して、確認実験を行なう。図 5.10 に示す測定回路を構成する。FG でコンデンサ C に正弦波電圧を加え、そのときの電圧をオシロスコープで、電流を電流プローブにより観測し、それぞれの大きさと位相を測定する。そこからインピーダンスと位相差を計算する。

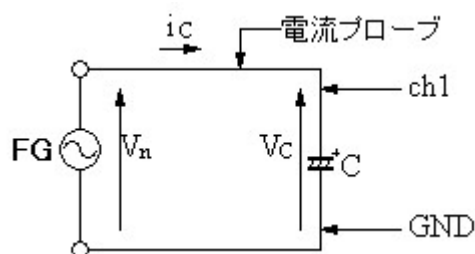


図 5.10 コンデンサの周波数特性測定回路

実験するコンデンサは以下の 5 つである。

- 実験 5.2-1：アルミ電解コンデンサ 50V100 μ F (日本ケミコン, リード形, KMF)
- 実験 5.2-2：アルミ電解コンデンサ 100V220 μ F (" , KMF)
- 実験 5.2-3：アルミ電解コンデンサ 25V3900 μ F (" , SXE)
- 実験 5.2-4：フィルムコンデンサ 4.7 μ F (パナソニック, ECQE1475KF)
- 実験 5.2-5：フィルムコンデンサ 10 μ F (" , ECQE1106KF)

純粋にキャパシタンス C のみであれば、周波数が増えるにつれてインピーダンスは小さ

くなる．一方で，直列にインダクタンス L_c があれば，どこかに共振周波数があり，そこでインピーダンスは0となり，その後インピーダンスは大きくなっていくと考えられる．

5.2.2 実験結果

実験結果を図 5.11 ~ 5.15 および付録の表 C.10 ~ C.14 に示す．

位相の理論値は，常に $j = +90$ [deg]である．(コンデンサの電流は電圧より 90° 進み)

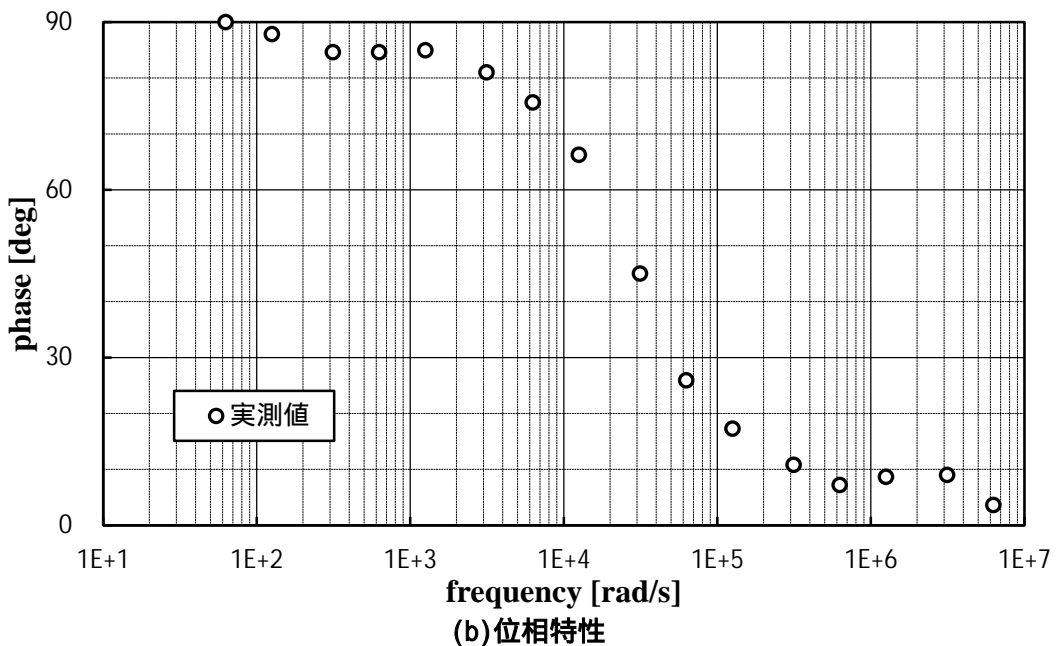
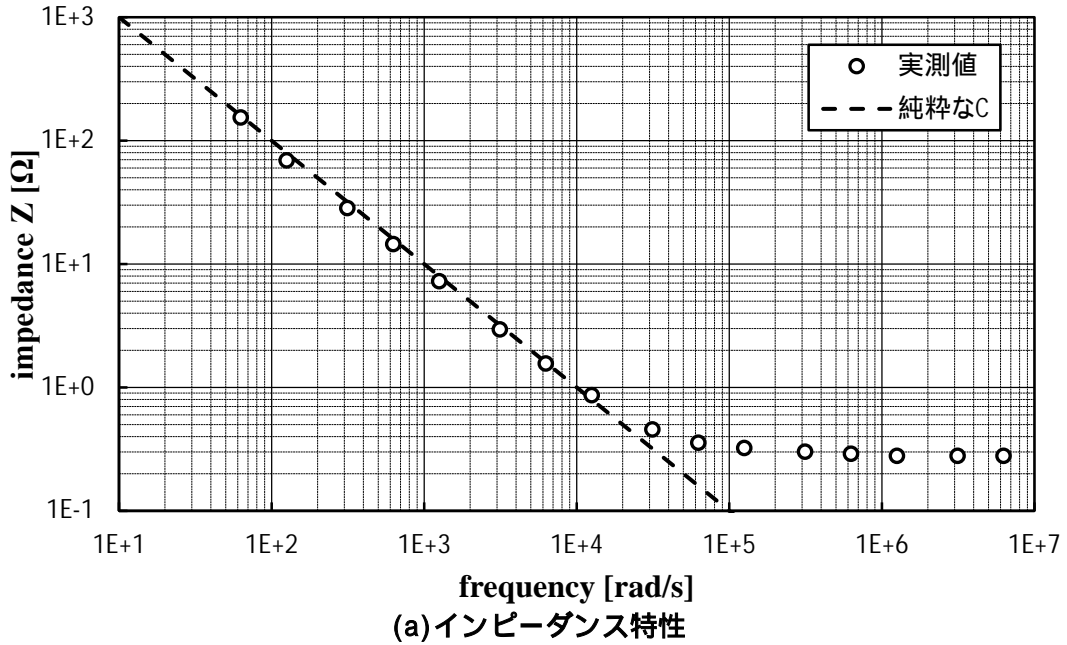


図 5.11 実験結果 5.2-1 (電解コンデンサ 50V100 μ F)

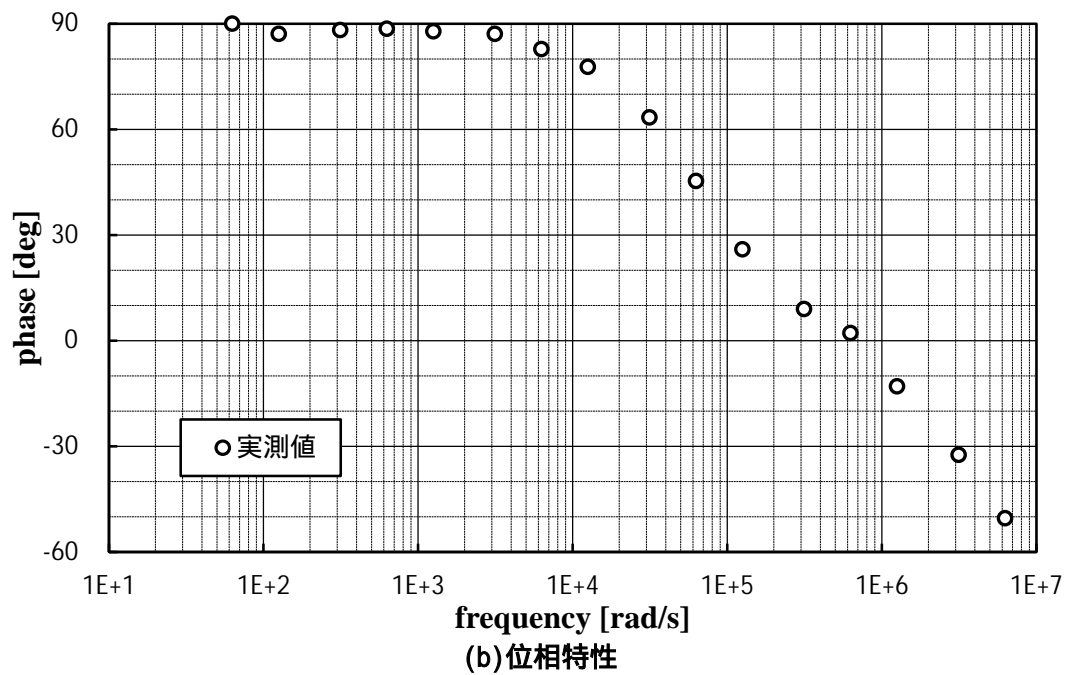
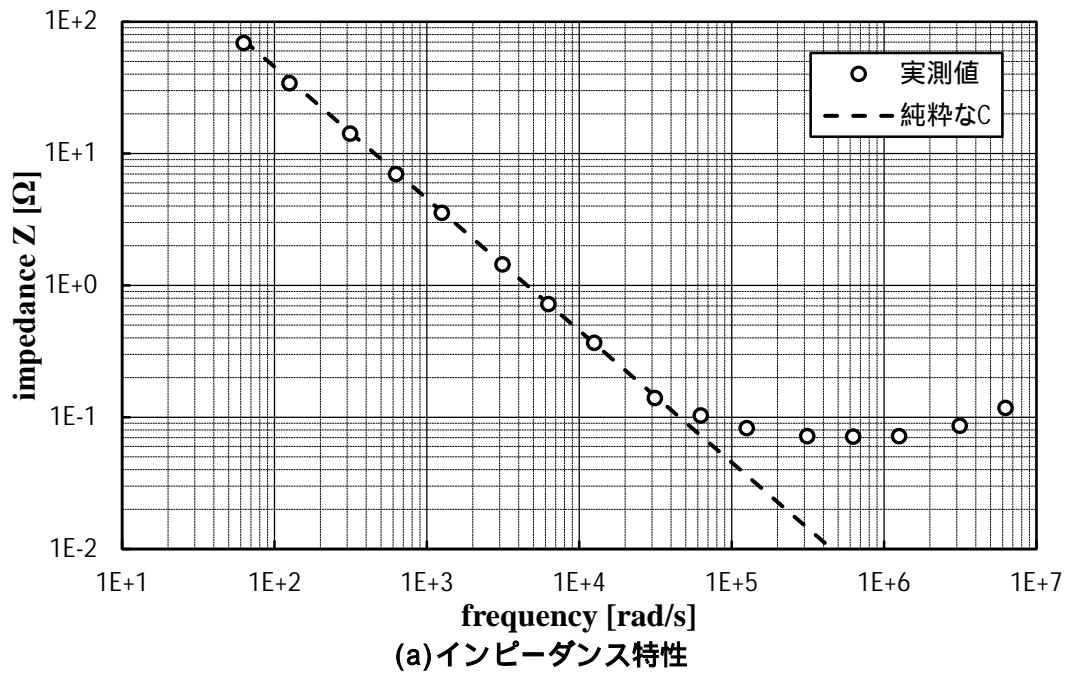


図 5.12 実験結果 5.2-2 (電解コンデンサ 100V220 μ F)

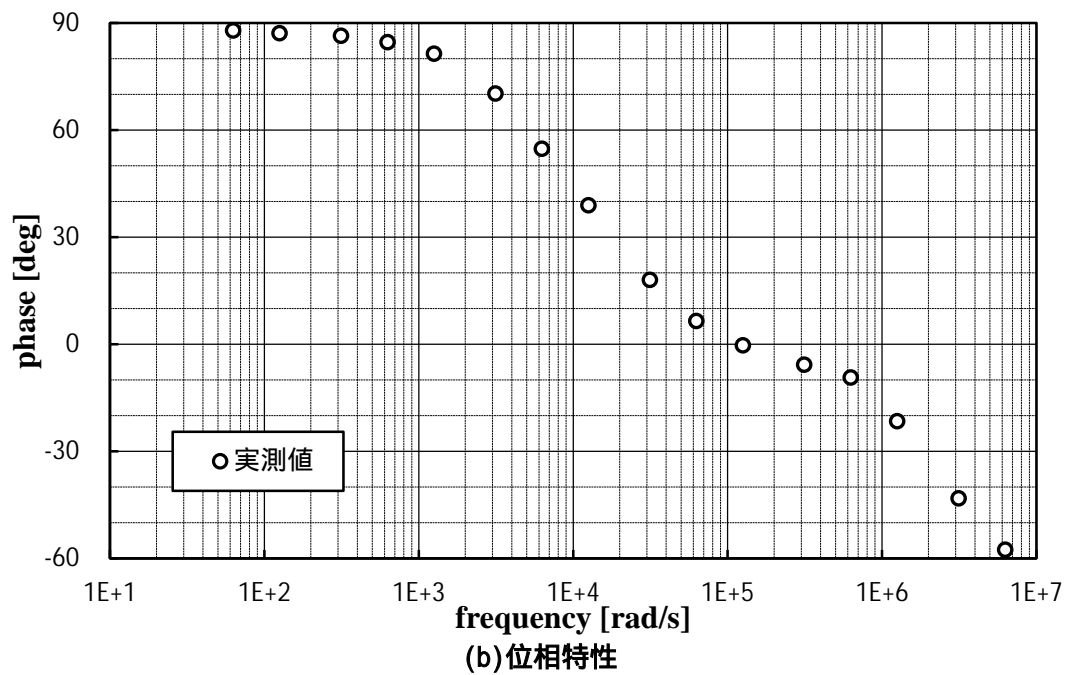
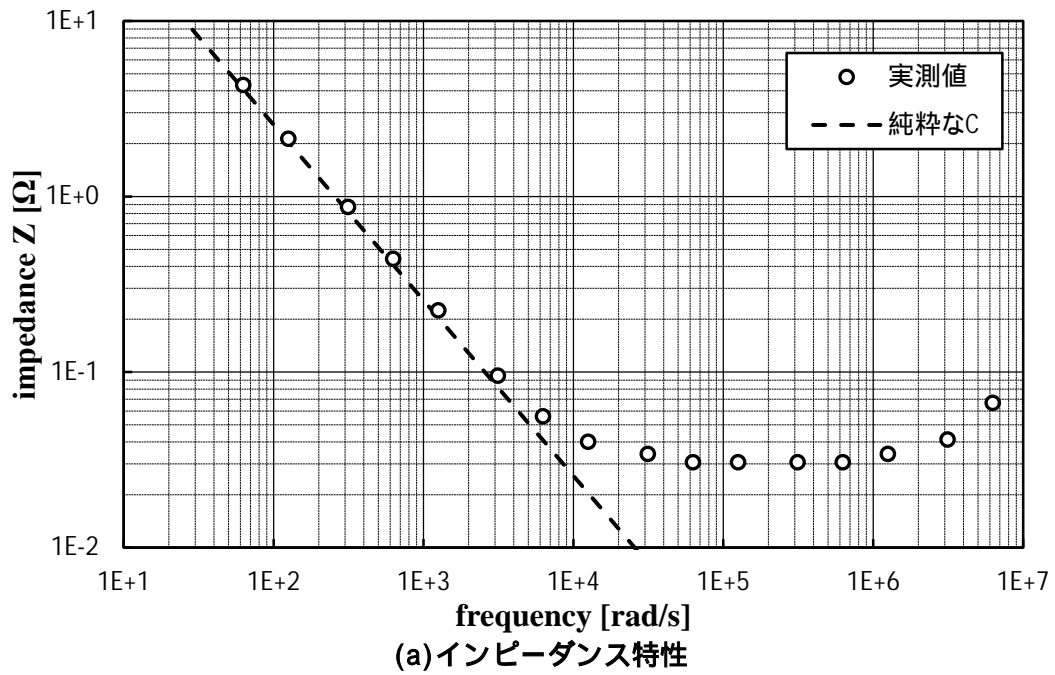
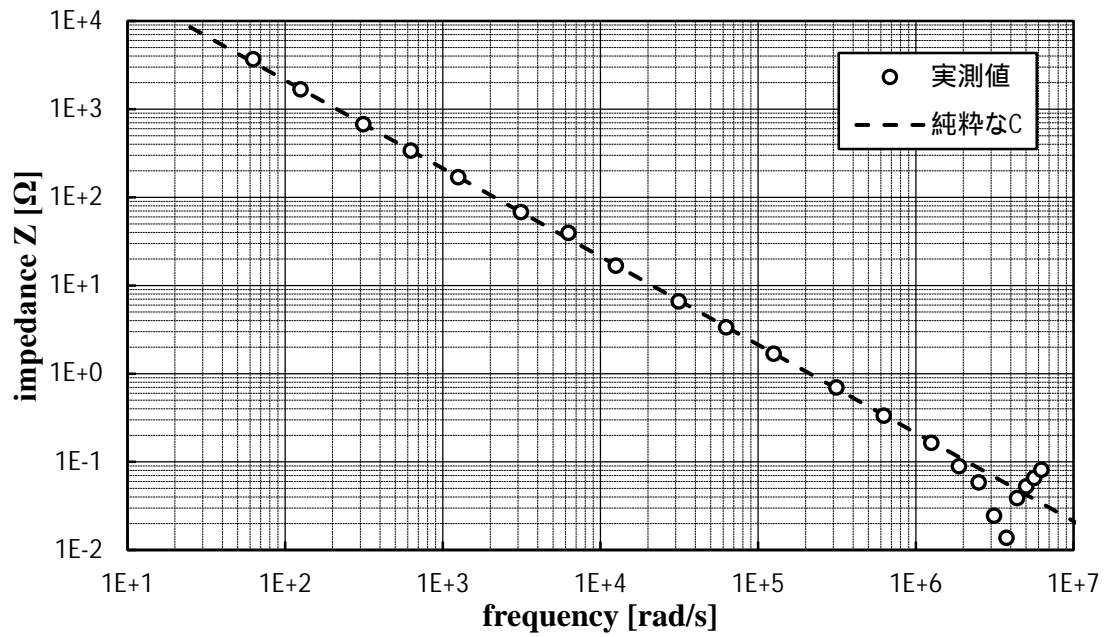
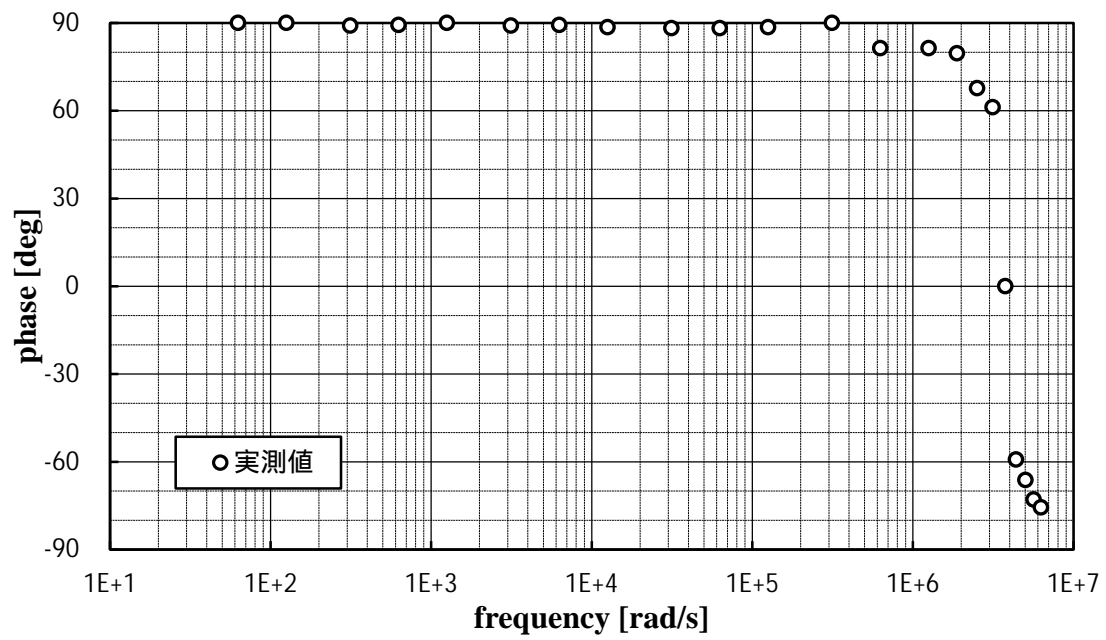


図 5.13 実験結果 5.2-3 (電解コンデンサ 25V3900 μ F)

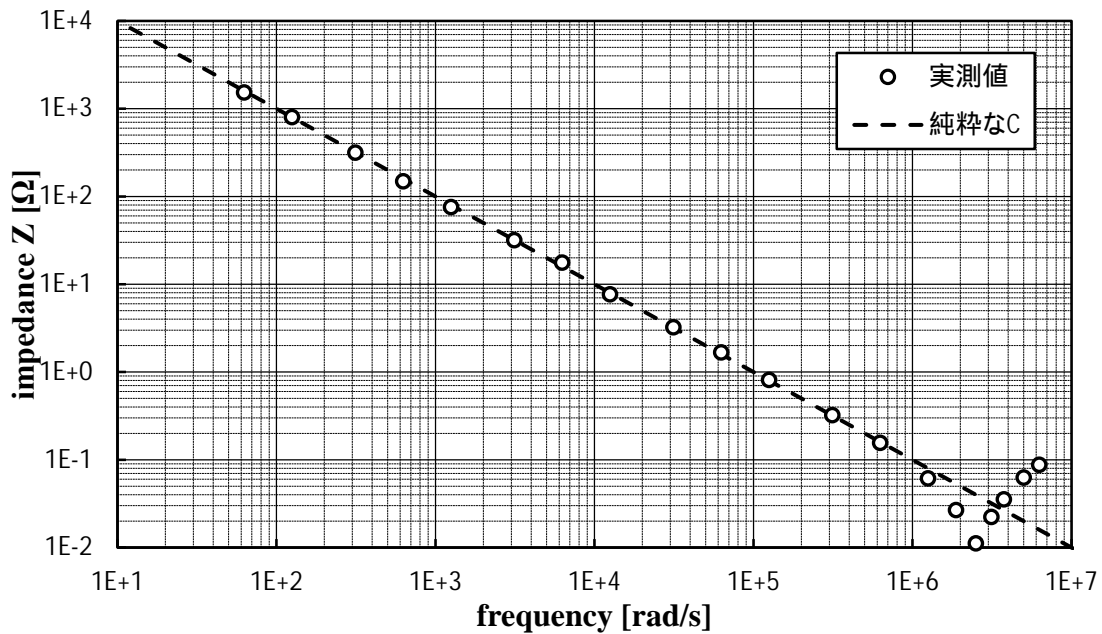


(a)インピーダンス特性

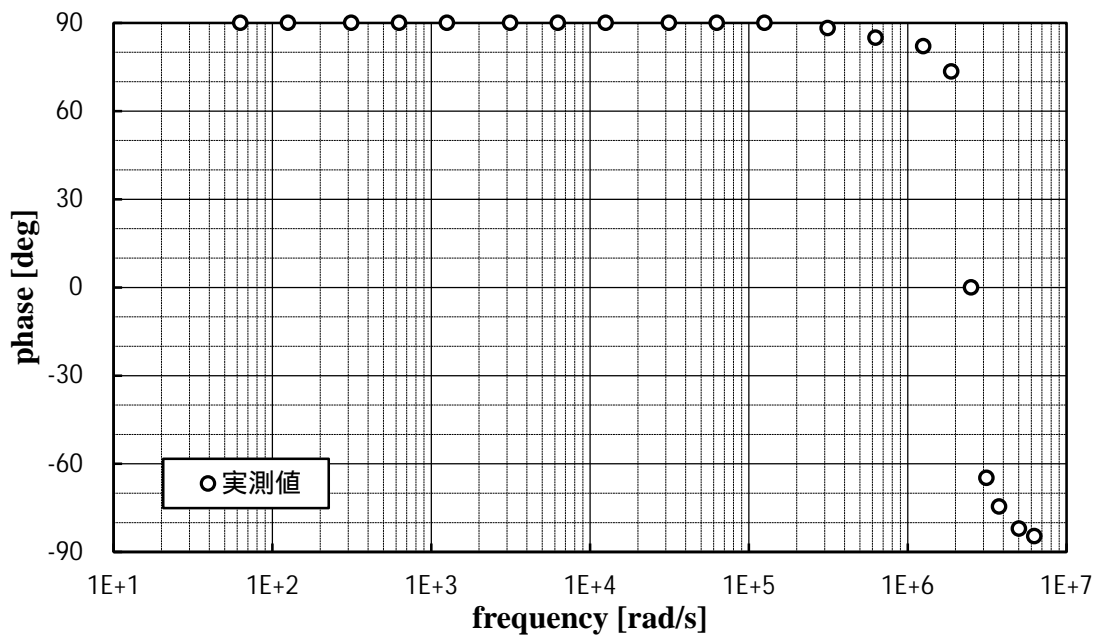


(b)位相特性

図 5.14 実験結果 5.2-4 (フィルムコンデンサ 4.7 μ F)



(a)インピーダンス特性



(b)位相特性

図 5.15 実験結果 5.2-5 (フィルムコンデンサ $10\mu\text{F}$)

図 5.11 では、インピーダンスは一定値で下げ止まり、位相は $0[\text{deg}]$ に収束しているように思われる。しかし、図 5.12, 5.13 では、周波数が大きいとインピーダンスは徐々に増加し始め、位相は $0[\text{deg}]$ を通り越して $-90[\text{deg}]$ に向かっている。図 5.14, 5.15 では、インピーダンスはある点で小さい側にピークを持ち、それ以降で増加している。位相はそのピーク前後で急激に $-90[\text{deg}]$ へ向かっている。また、位相が $0[\text{deg}]$ のときがピークである。これ

らはコンデンサ C が持っている抵抗成分 r_C とインダクタンス l_C によるものだと考えられる。
 次項および次々項で、コンデンサ C の回路モデルおよびこの寄生成分の値を求める方法について述べる。

5.2.3 コンデンサの回路モデル

ここで、コンデンサ C の回路モデル²⁾を検討する。図 5.11 ~ 5.13 に見られるインピーダンスが一定になっているところのインピーダンス、図 5.14, 5.15 に見られる極小値のインピーダンスは、直列に存在する抵抗成分 r_C であると考えられる。

図 5.11 では認められなかったが、図 5.12 ~ 5.15 に見られるインピーダンスの増加は、直列に存在するインダクタンス l_C によるものであると考えられる。インピーダンスが小さい方にピークを持つのは、キャパシタンスとインダクタンスの直列共振のときである。

鋭いピークを持つか持たないかは、C, r_C , l_C の大きさによるもので、根本的に両者は同じであると思われる。

これらより、コンデンサは、電解コンデンサでもフィルムコンデンサでも、図 5.16 に示す回路モデルのように、キャパシタンス C, 抵抗成分 r_C , インダクタンス l_C が直列になっていると考えられる。

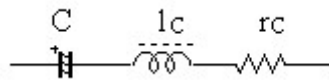


図 5.16 コンデンサの回路モデル

この回路モデルの場合、インピーダンス Z は、

$$Z = r_C + j\omega l_C - \frac{1}{j\omega C} \quad (5.4)$$

$$|Z| = \sqrt{r_C^2 + \left(\omega l_C - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

で表わされる。

5.2.4 周波数特性からのパラメータ取得

次に、周波数特性のグラフから抵抗成分 r_C とインダクタンス l_C を求める方法を述べる。
 まず、図 5.17, 5.18 のように、インピーダンス - 周波数特性のグラフに補助線を引く。

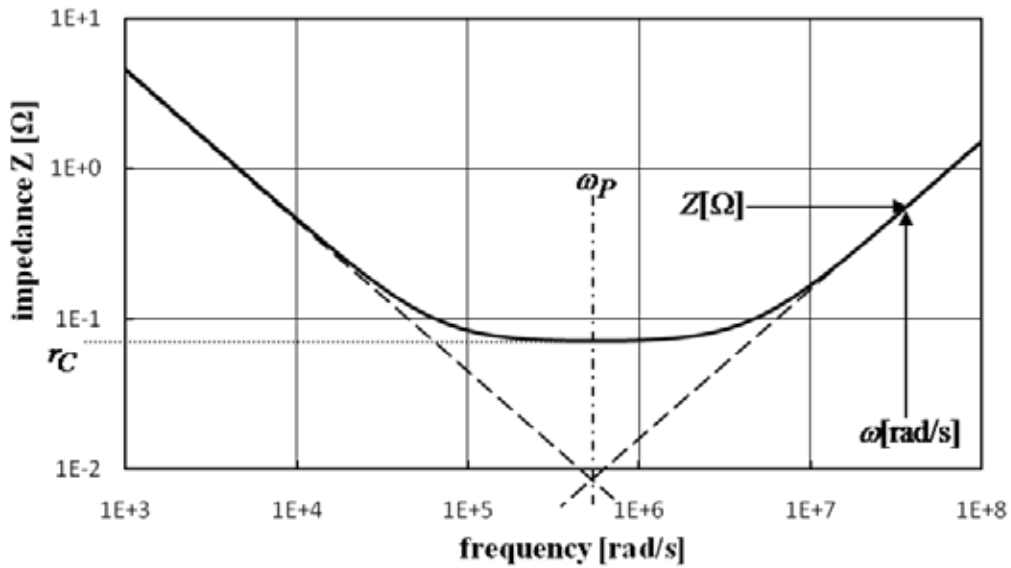


図 5.17 電解コンデンサの周波数特性の例

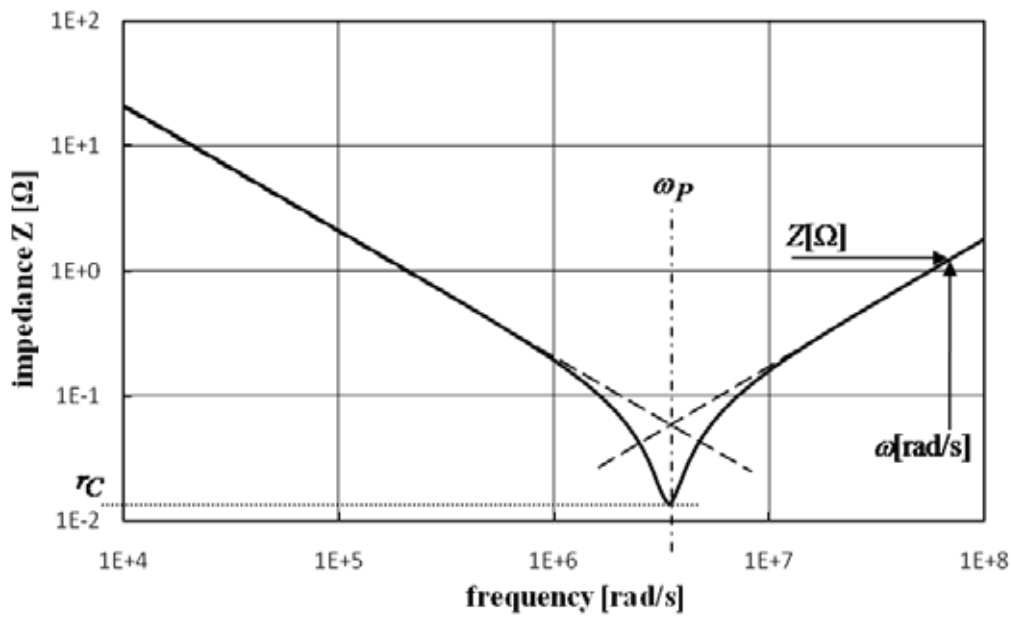


図 5.18 フィルムコンデンサの周波数特性の例

2つの補助線（低周波数の方から降下してくる直線の延長線，高周波数の方へ上昇していく直線の延長線）の交点が自己共振周波数 ω_p である．この ω_p のときのインピーダンスが抵抗成分 r_c である．

インダクタンス l_c を求める方法は次の2通りある．

- i) キャパシタンス C と自己共振周波数 ω_p がわかっているから，

$$w_P = \frac{1}{\sqrt{l_C C}} \quad \text{より} \quad l_C = \frac{1}{w_P^2 C} \quad (5.5)$$

で求められる。

ii) 高周波域では、キャパシタンス C による $1/wC$ と抵抗成分 r_c は無視できるから、図 5.17, 5.18 のように、高周波数でのインピーダンス Z から、

$$Z = w l_C \quad \text{より} \quad l_C = \frac{Z}{w} \quad (5.6)$$

で求められる。

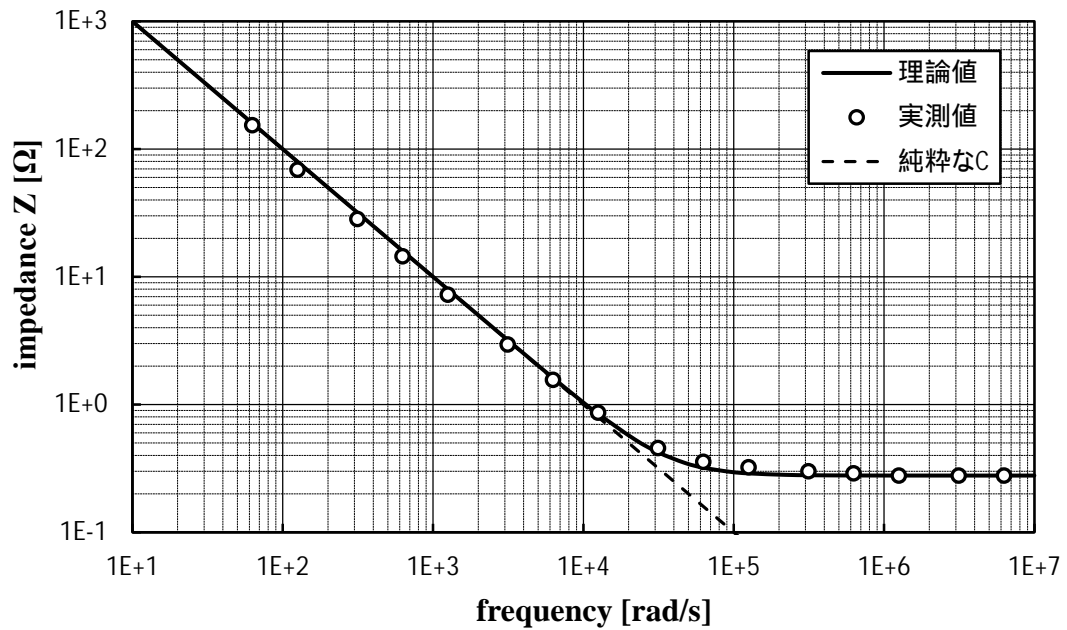
実験結果では、高周波域の直線部分が得られているので ii)の方法で計算する。その結果、5つのコンデンサの各パラメータは表 5.1 のようになった。

表 5.1 コンデンサ C の抵抗成分 r_c とインダクタンス l_c

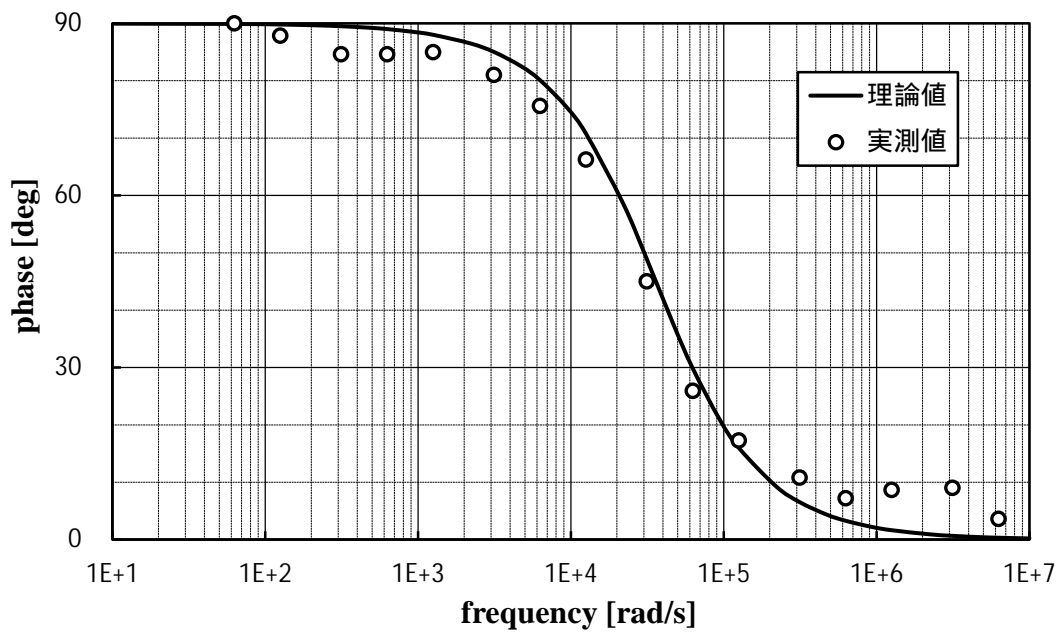
メーカー 型番	日本ケミコン KMF	日本ケミコン KMF	日本ケミコン SXE	パナソニック ECQE1475KF	パナソニック ECQE1106KF
種類	電解コン デンサ 50V	電解コン デンサ 100V	電解コン デンサ 25V	フィルム コンデンサ	フィルム コンデンサ
C [μF]	100	220	3900	4.7	10
r_c [$\text{m}\Omega$]	280	71.2	30.6	13.8	11.1
l_c [nH]	-	15.0	943	18.1	16.4

電解コンデンサ $100 \mu\text{F}$ は他よりも抵抗成分 r_c が大きい。そのため実験した周波数範囲ではインダクタンスが影響を及ぼさなかったと考えられる。

これらの値と式(5.4)を用いて理論値曲線を描く。そこに実験 5.2-1 ~ 5.2-5 の結果をプロットしたものを図 5.19 ~ 5.23 に示す。また、計算結果は付録の表 C.15 ~ C.19 に示す。

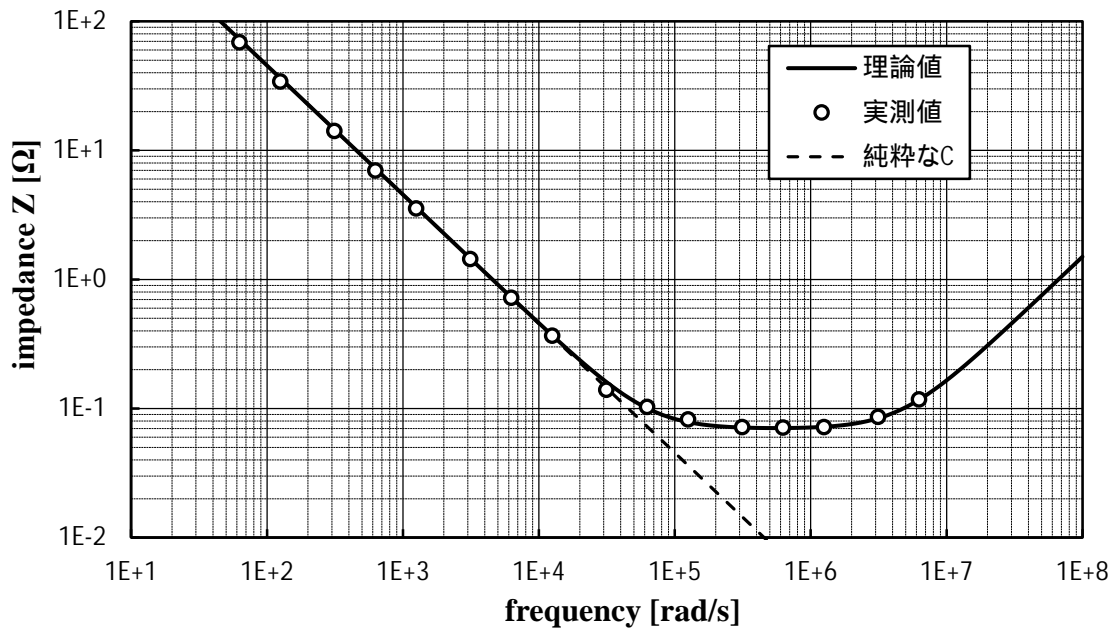


(a)インピーダンス特性

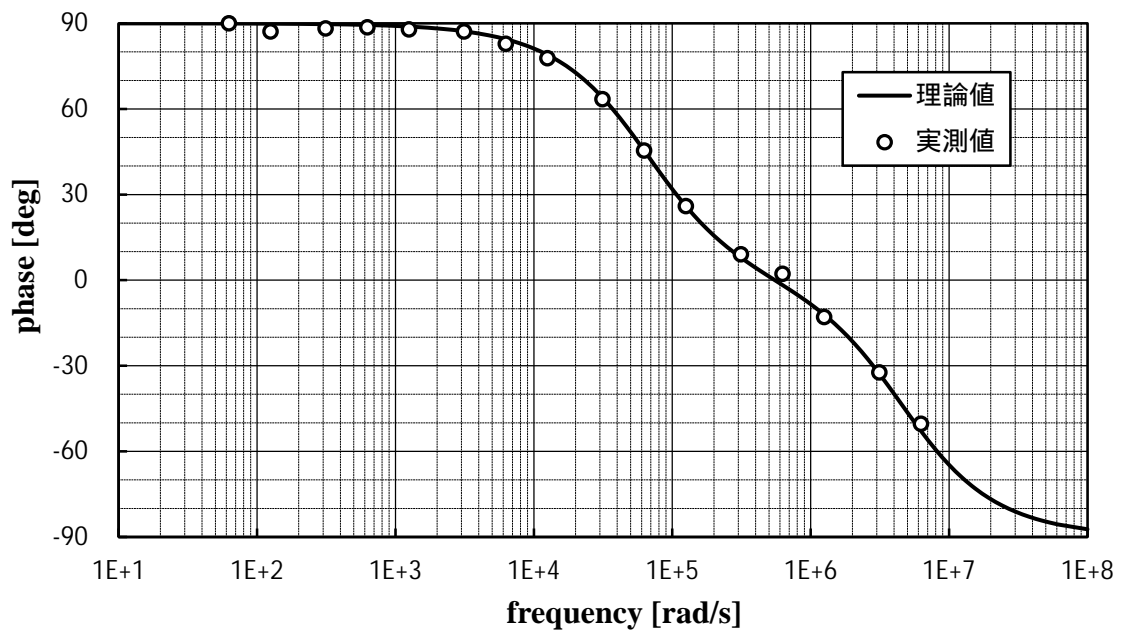


(b)位相特性

図 5.19 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.2-1 (電解コンデンサ 50V100 μF)

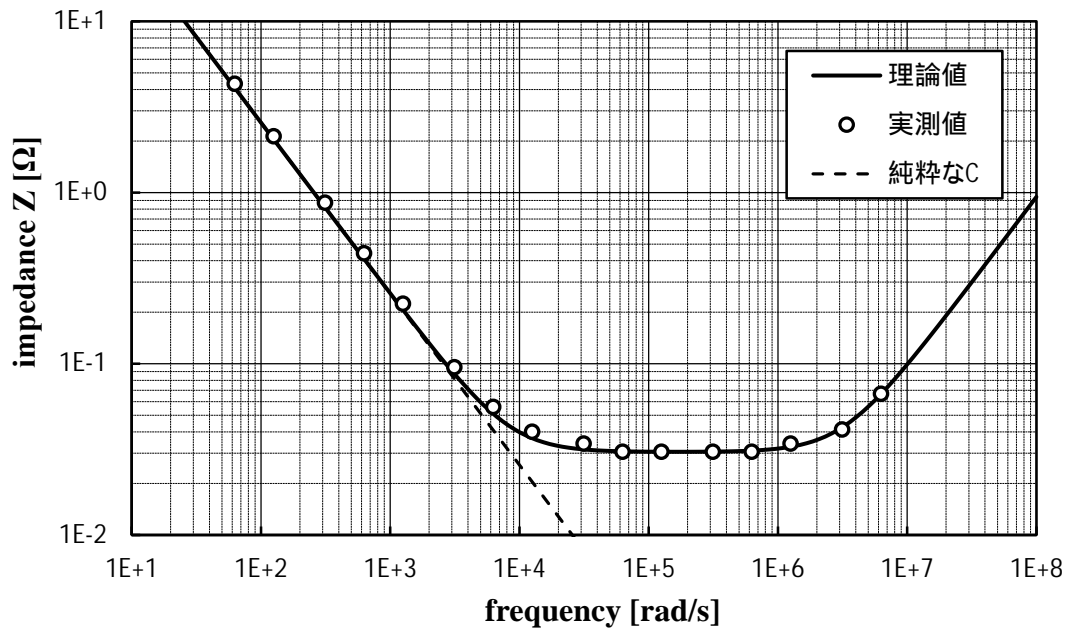


(a)インピーダンス特性

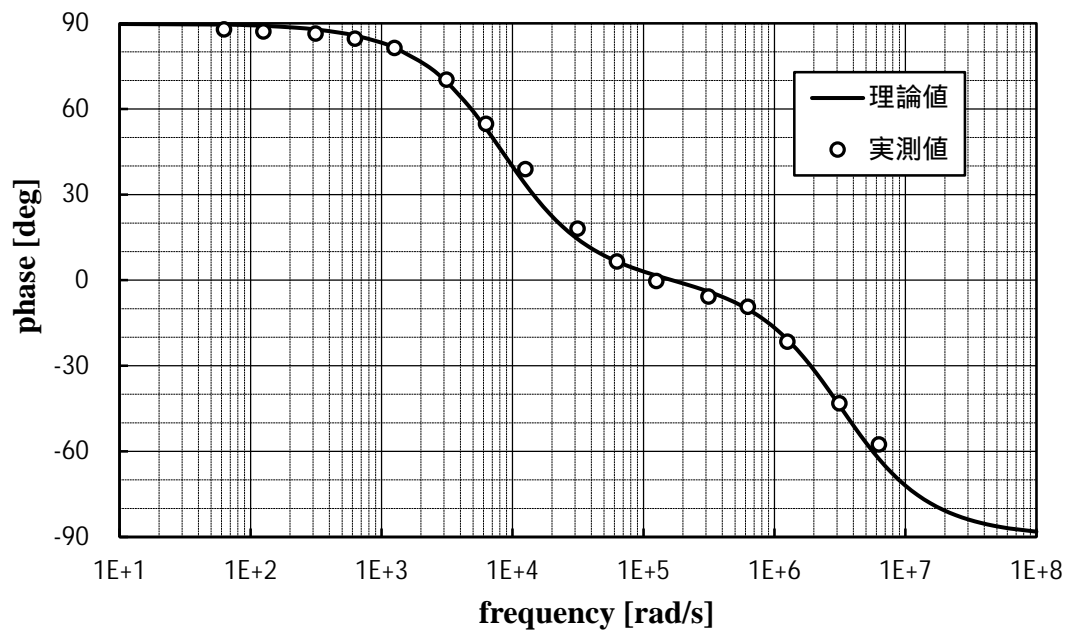


(b)位相特性

図 5.20 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.2-2 (電解コンデンサ $100\text{V}220\mu\text{F}$)

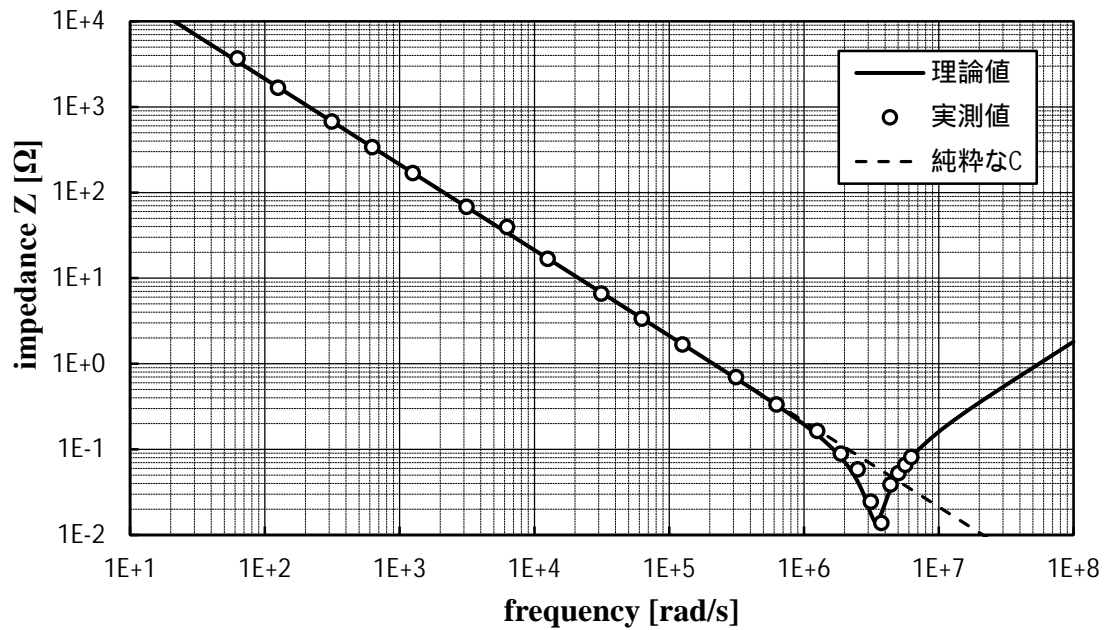


(a)インピーダンス特性

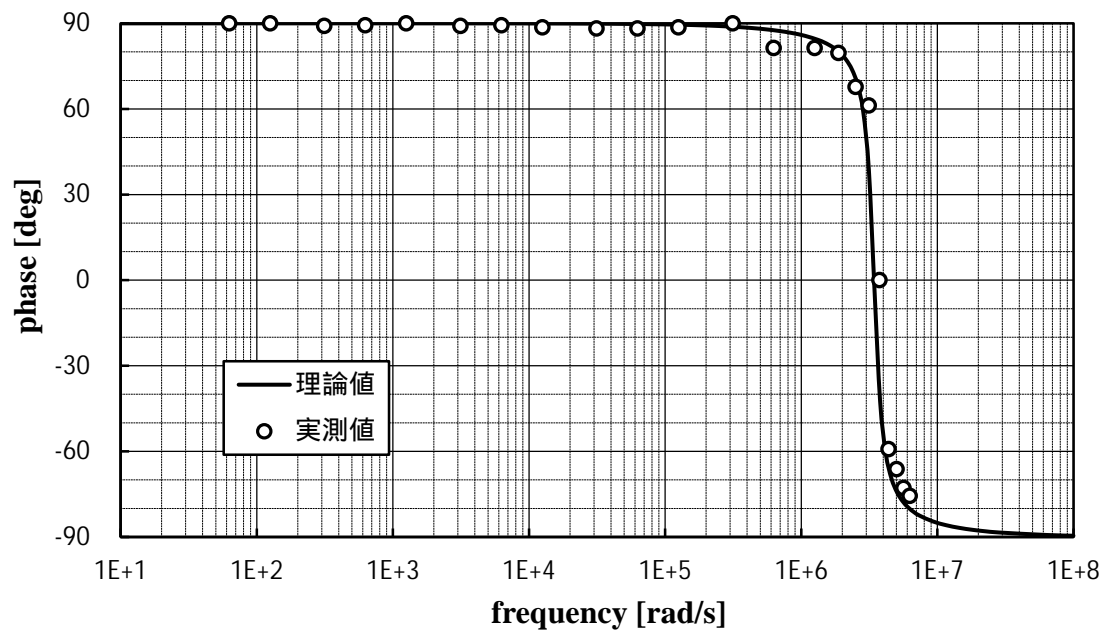


(b)位相特性

図 5.21 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.2-3 (電解コンデンサ 25V3900 μ F)

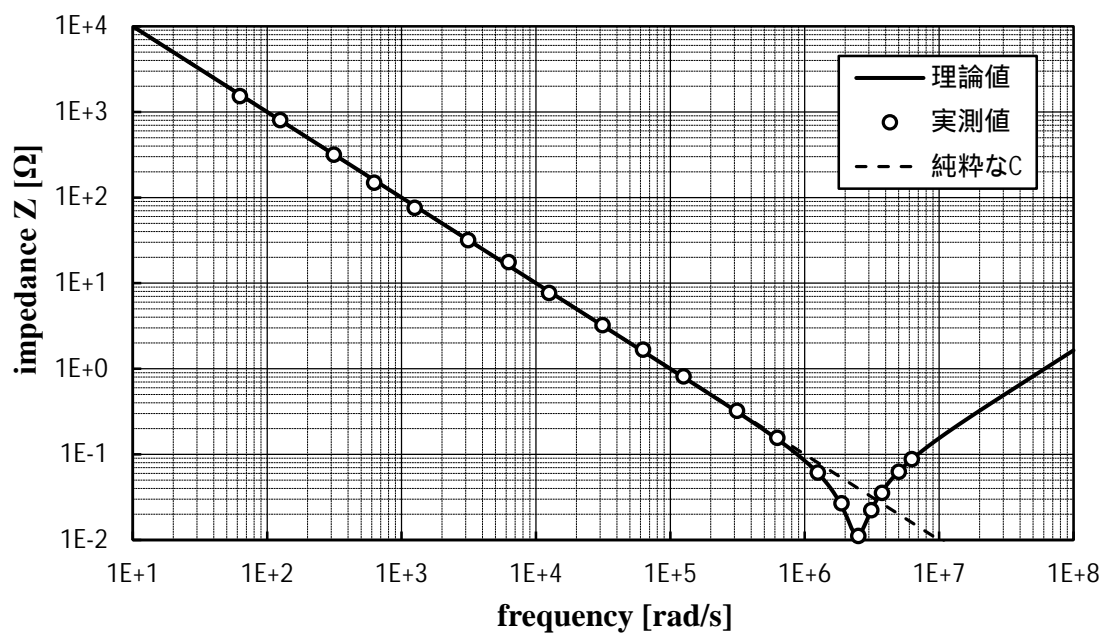


(a)インピーダンス特性

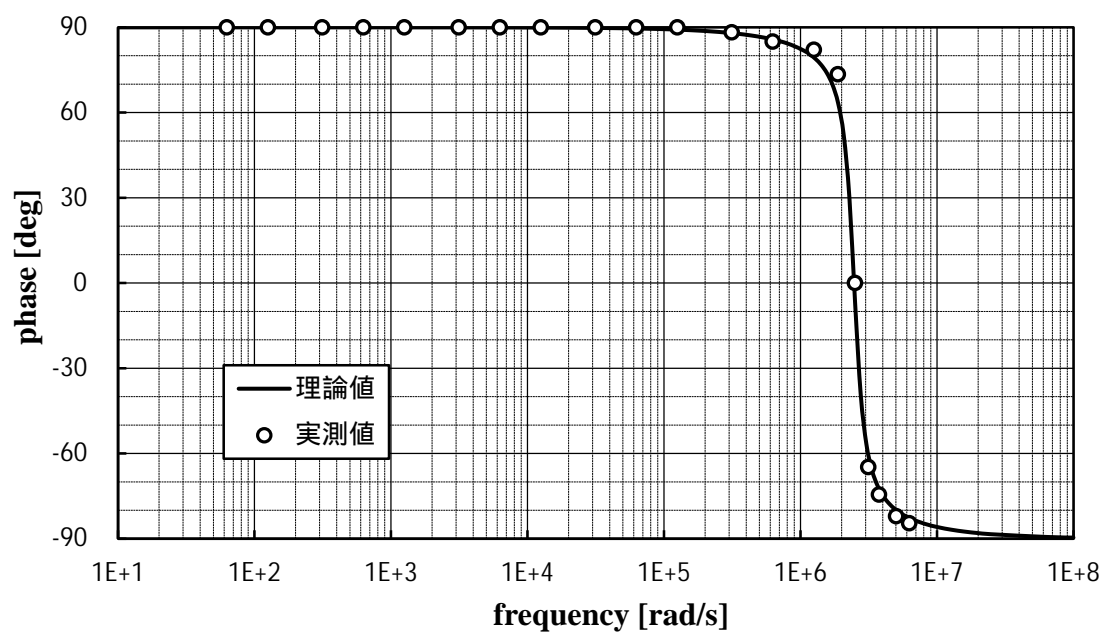


(b)位相特性

図 5.22 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.2-4 (フィルムコンデンサ 4.7 μF)



(a)インピーダンス特性



(b)位相特性

図 5.23 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.2-5 (フィルムコンデンサ $10 \mu\text{F}$)

インピーダンスは極小値を過ぎると増加し、位相は $+90[\text{deg}]$ から $-90[\text{deg}]$ に変化する。この寄生成分を考慮した理論値と実測値は非常によく一致しており、図 5.16 の回路モデルおよび式(5.4)~(5.6)は正しいと考えられる。

5.3 コイルの周波数特性の測定

5.3.1 実験方法

コイル L には並列に寄生キャパシタンス c_L が含まれるというモデルを仮定して、確認実験を行なう。図 5.24 に示す測定回路を構成する。FG でコイル L に正弦波電圧を加え、そのときの電圧をオシロスコープで、電流を電流プローブにより観測し、それぞれの大きさと位相を測定する。そこからインピーダンスと位相差を計算する。

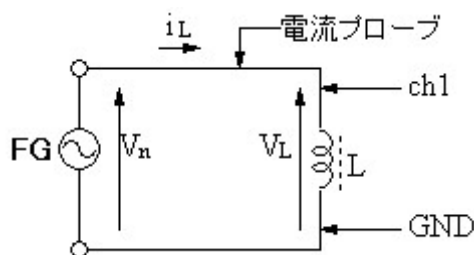


図 5.24 コンデンサの周波数特性測定回路

実験するコイルは以下の 3 つである。

実験 5.3-1：圧粉鉄心コイル，実測値 $430 \mu\text{H}$

(Wurth elektronik, 7447071, 公称値 $470 \mu\text{H}$)

実験 5.3-2：アモルファス巻鉄心コイル，実測値 $930 \mu\text{H}$

(タムラ製作所, GLA-05-0515, 公称値 $515 \mu\text{H}$)

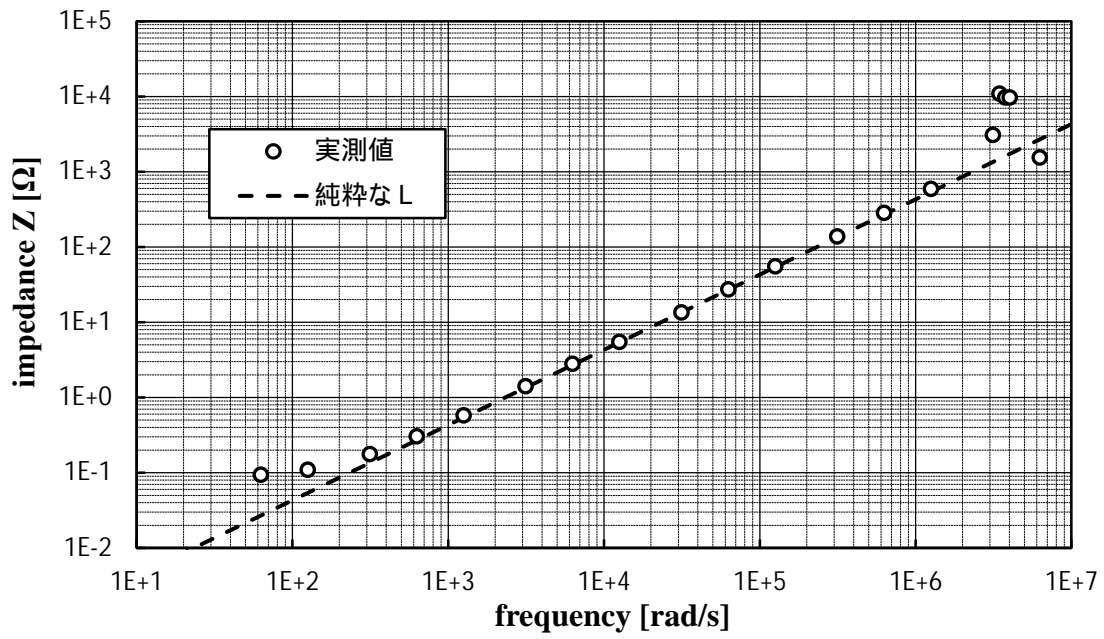
実験 5.3-3：特注コイル，実測値 $70 \mu\text{H}$ (ダイヘン, S.No ST-1321B)

純粋にインダクタンス L のみであれば、周波数が増えるにつれてインピーダンスは大きくなる。一方で、並列にキャパシタンス c_L があれば、どこかに共振周波数があり、そこでインピーダンスは無限大となり、その後インピーダンスは小さくなっていくと考えられる。

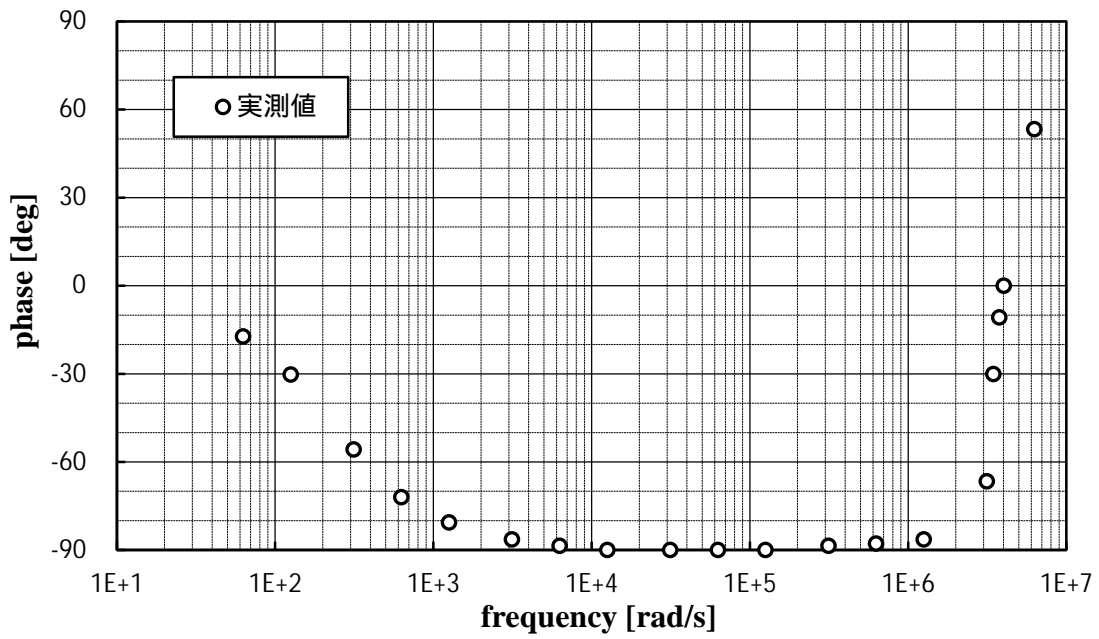
5.3.2 実験結果

実験結果を図 5.25 ~ 5.27 および付録の表 C.20 ~ C.22 に示す。

位相の理論値は、常に $j = -90 [\text{deg}]$ である(インダクタンスの電流は電圧より 90 度遅れ)。

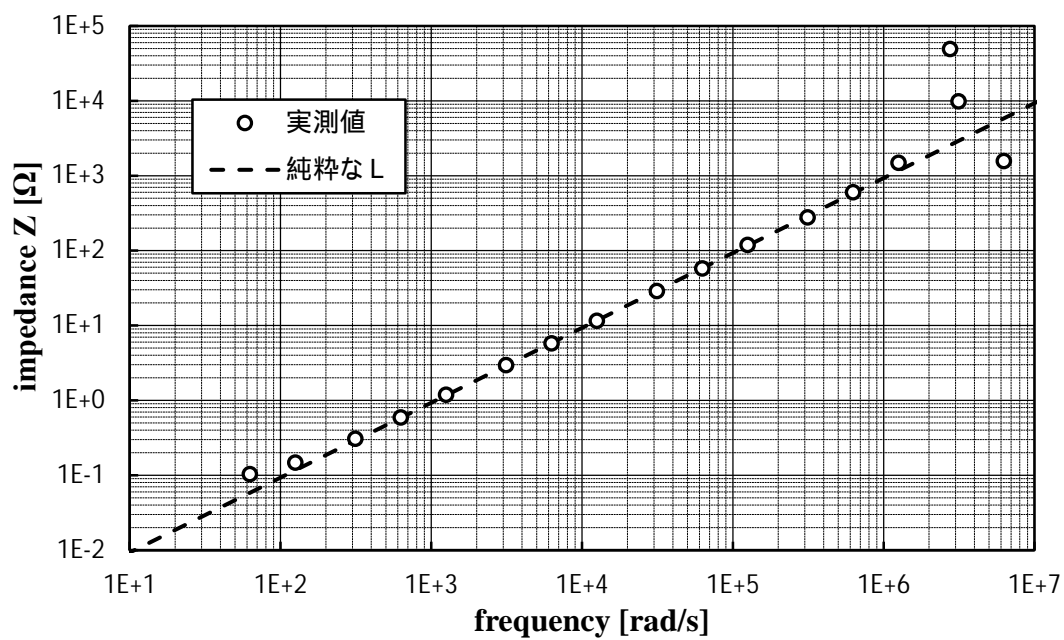


(a)インピーダンス特性

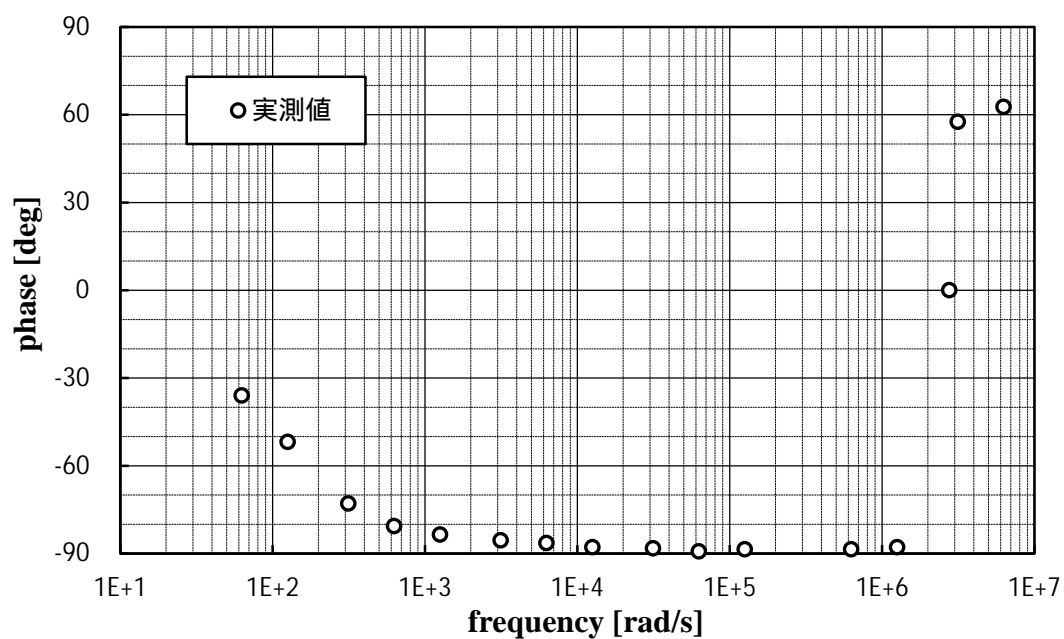


(b)位相特性

図 5.25 実験結果 5.3-1 (圧粉鉄心コイル 430 μH)

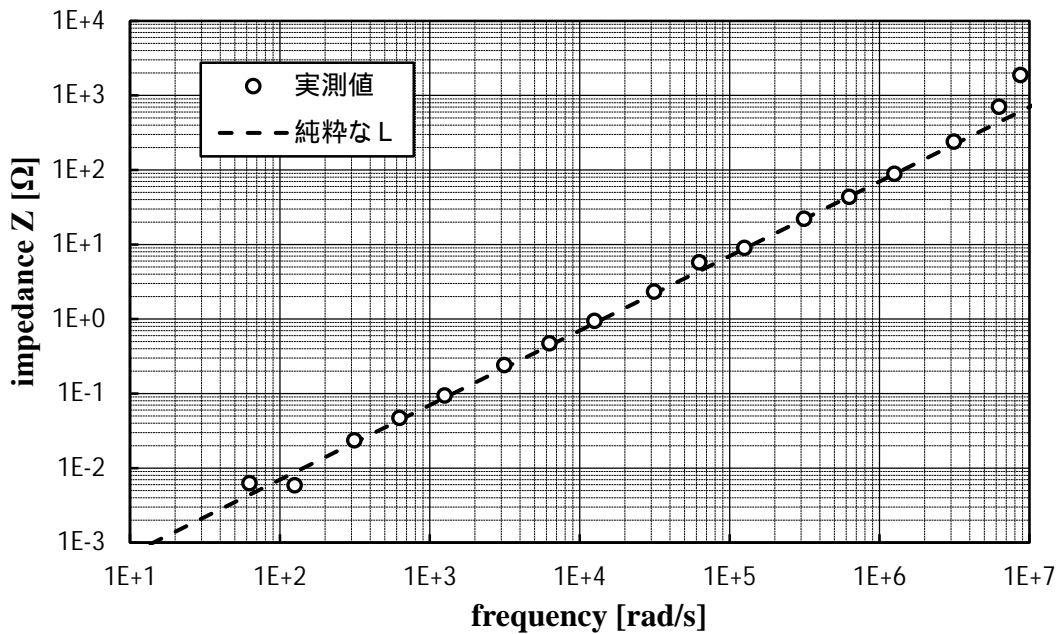


(a)インピーダンス特性

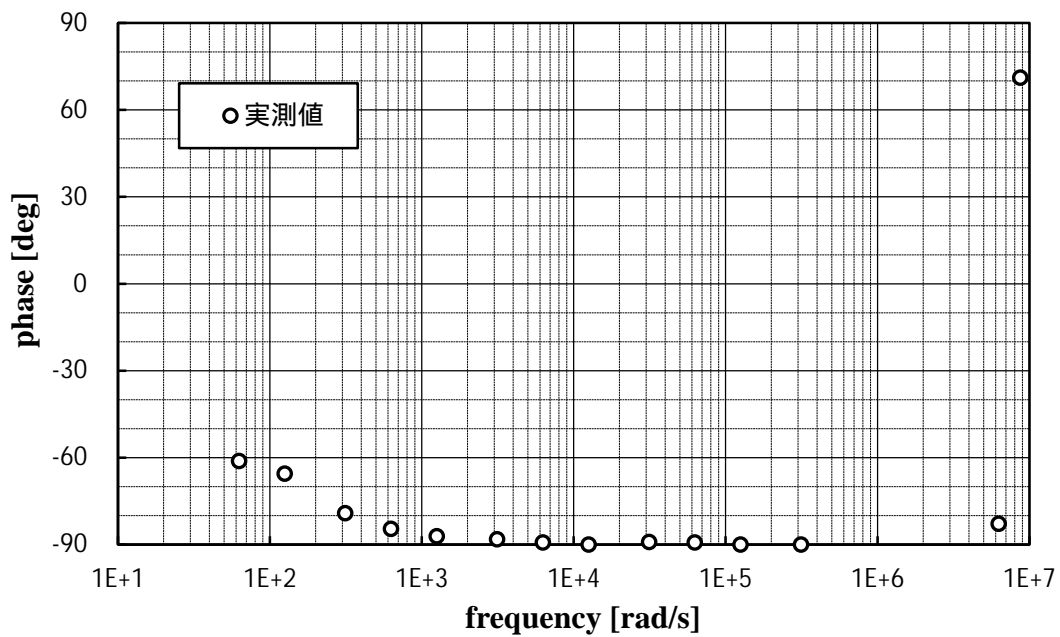


(b)位相特性

図 5.26 実験結果 5.3-2 (アモルファス巻鉄心コイル 930 μ H)



(a)インピーダンス特性



(b)位相特性

図 5.27 実験結果 5.3-3 (ダイヘン製特注コイル 70 μ H)

実験結果は3つとも似た傾向になっている。まず、ごく低周波のときに理論値との誤差が見られるが、これはコイルLの巻線部の抵抗、抵抗成分 r_L が原因である。これに関しては参考文献¹⁾でも示されており、伝達関数式(5.2)にも含まれている。

次に、高周波域のとある周波数でインピーダンスが大きくなってピークを持ち、その後減少していくということが挙げられる。同時に、位相差も-90[deg]付近から急激に+90[deg]

の方へ変化している．また，位相が 0[deg]のときがピークである．これはコイル L が持っているキャパシタンス c_L によるものと考えられる．図 5.27(a)の一番右のプロットは，(b)において位相が約+70[deg]であるので，ピークを過ぎた後の値であると考えられる．

次項および次々項で，コイル L の回路モデルおよびこの寄生成分の値を求める方法について述べる．

5.3.3 コイルの回路モデル

ここで，コイル L の回路モデル⁹⁾を検討する．前項で述べたとおり，コイル L の巻線部には線抵抗があり，これが抵抗成分 r_L である．これはコイル L のインダクタンスに直列に存在している．

インピーダンスが大きい方のピークの後，減少していくのは並列に存在するキャパシタンス c_L によるものと考えられる．インピーダンスが大きい方にピークを持つのは，インダクタンスとキャパシタンスの並列共振のときである．

これらより，コイルの回路モデルは図 5.28(a)，(b)の 2 通りが考えられる．

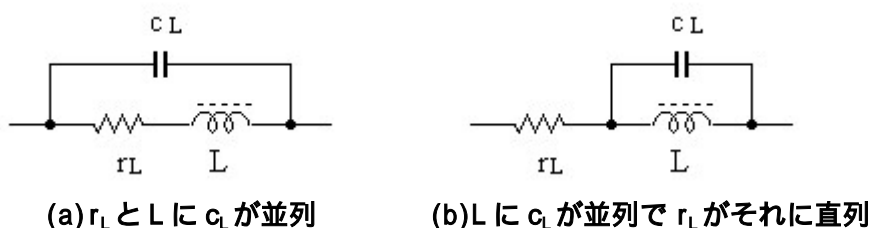


図 5.28 コイルの回路モデル

モデル(a)の場合は，ピークを取る自己共振周波数 ω_P は $\sqrt{\frac{1}{Lx_L}}$ ではなく，そのピーク値は有限の値を取る．位相はその点で 0[deg]となり，その前後の狭い範囲で -90 0 +90[deg] と変化する．高周波数でのインピーダンス Z は $1/\omega \times c_L$ で，周波数が高くなるにつれ小さくなっていく．位相は+90[deg]に収束する．

モデル(b)の場合，ピークを取る自己共振周波数 ω_P は $\sqrt{\frac{1}{Lx_L}}$ で，そのピーク値は無限大である．位相はその点で -90[deg]から+90[deg]に一瞬で変化する．さらに周波数が高くなると，インピーダンス Z は r_L に，位相は 0[deg]に収束する．

ここで，コイルの形状，抵抗成分 r_L は巻線部にあること，キャパシタンス c_L は線間容量であることを考えると，回路モデルは図 5.28(a)であると考えられるのが適当であると思われる．

回路モデルが図 5.28(a)である場合，インピーダンス Z は，

$$\begin{aligned}
Z &= \frac{(r_L + j\omega L) \times \frac{1}{j\omega C_L}}{(r_L + j\omega L) + \frac{1}{j\omega C_L}} \\
&= \frac{1}{\omega^4 L^2 C_L^2 + \omega^2 (C_L^2 r_L^2 - 2L C_L)} \left[r_L + j \left\{ \omega^3 L^2 C_L + \omega (L - C_L r_L^2) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{5.7}$$

で表わされ、自己共振周波数 ω_P は $\sqrt{\frac{1}{L C_L}}$ ではないと前述したが、厳密には虚数部 = 0 より、 $\sqrt{\frac{1}{L C_L} - \frac{r_L^2}{L^2}}$ である。ただし、 $\frac{r_L^2}{L^2}$ が非常に小さいため、 $\sqrt{\frac{1}{L C_L}}$ であると考えてよい。

$$\omega_P = \sqrt{\frac{1}{L C_L} - \frac{r_L^2}{L^2}} \approx \sqrt{\frac{1}{L C_L}} \tag{5.8}$$

5.3.4 周波数特性からのパラメータ取得

次に、周波数特性のグラフから抵抗成分 r_L とキャパシタンス C_L を求める方法を述べる。まず、図 5.29 のように、インピーダンス - 周波数特性のグラフに補助線を引く。

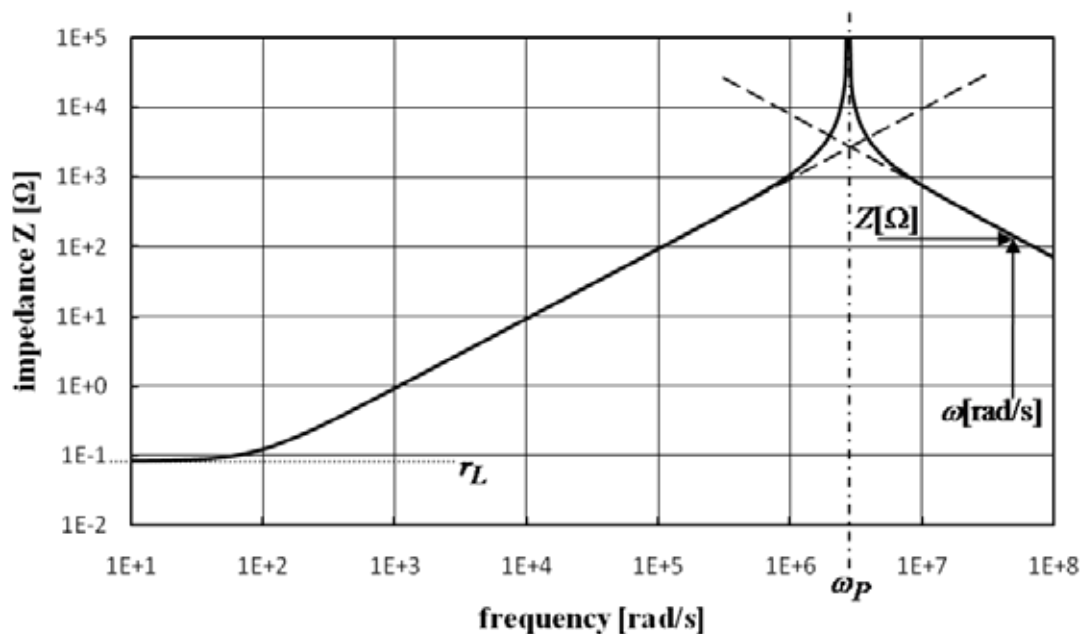


図 5.29 コイルの周波数特性の例

2つの補助線（低周波数の方から上昇してくる直線の延長線，高周波数の方へ降下していく直線の延長線）の交点が自己共振周波数 ω_P である。低周波でのインピーダンスが抵抗

成分 r_L であるが、コイルの場合は直流電流を流して電圧を測定することでオームの法則から容易に正確に得ることができる。

キャパシタンス c_L を求める方法は次の 2 通りある。

i) インダクタンス L と自己共振周波数 ω_P がわかっているから、

$$\omega_P = \frac{1}{\sqrt{L \times c_L}} \quad \text{より} \quad c_L = \frac{1}{\omega_P^2 L} \quad (5.9)$$

で求められる。

ii) 高周波域では、インダクタンス L による ωL と抵抗成分 r_L は無視できるから 図 5.29 のように、高周波数でのインピーダンス Z から、

$$Z = \frac{1}{\omega \times c_L} \quad \text{より} \quad c_L = \frac{1}{\omega Z} \quad (5.10)$$

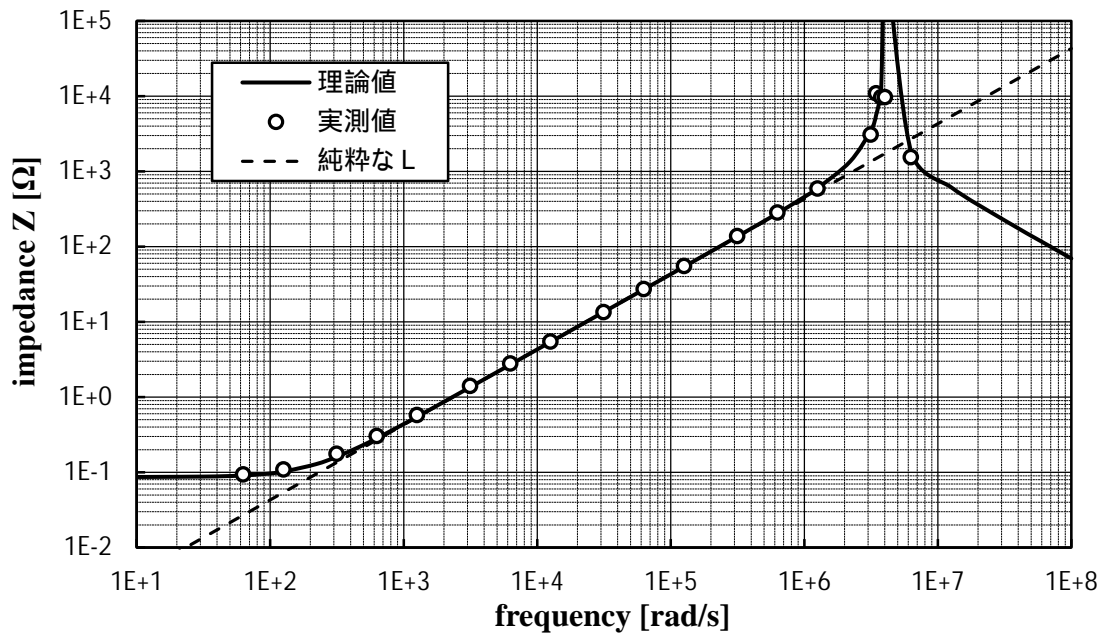
で求められる。

実験結果では、ピーク値は得られたが高周波域の直線部分が得られていないので、i)の方法で計算する。その結果、3つのコイルの各パラメータは表 5.2 のようになった。

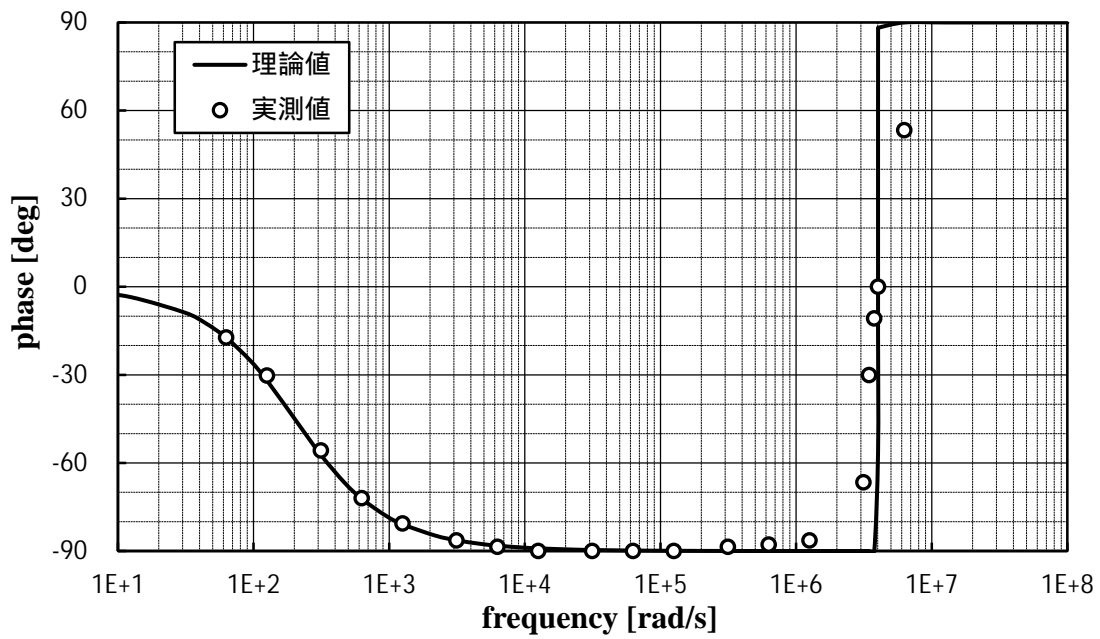
表 5.2 コイル L の抵抗成分 r_L とキャパシタンス c_L

メーカー 型番	Wurth elektronik 7447071	タムラ製作所 GLA-05-0515	ダイヘン S.No ST-1321B
種類	圧粉鉄心コイル	アモルファス巻 鉄心コイル	特注コイル
L[μ H]	430	930	70
RL[m Ω]	86.7	82.2	22.9
CL[pF]	144	141	251

これらの値と式(5.7)を用いて理論値を計算して特性曲線を描く。そこに実験 5.3-1 ~ 5.3-3 の結果をプロットしたものを図 5.30 ~ 5.32 に示す。また、計算結果は付録の表 C.23 ~ C.25 に示す。

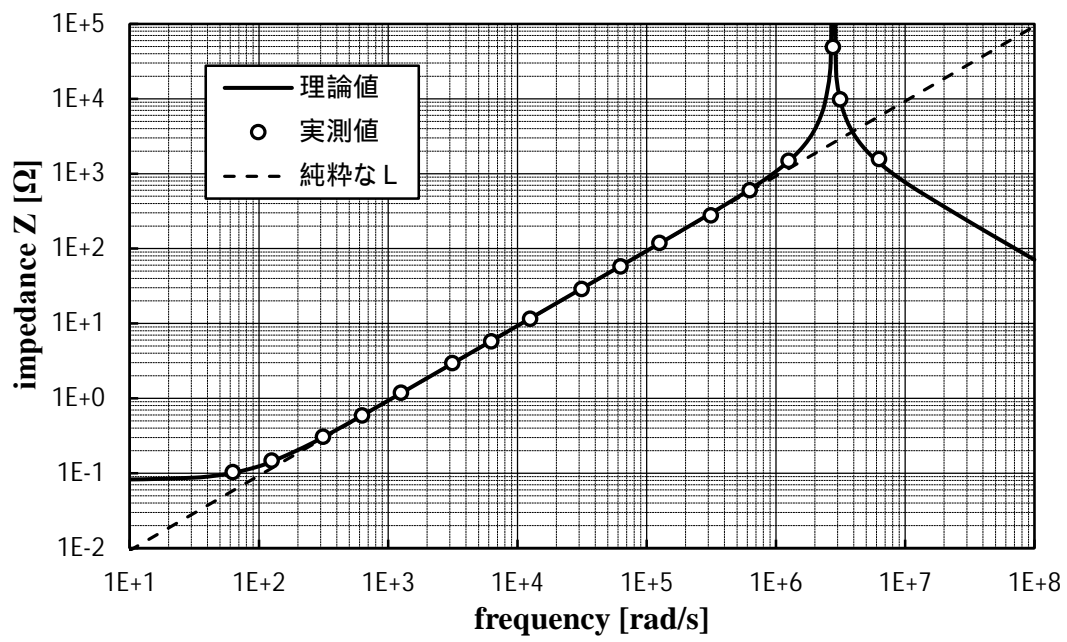


(a)インピーダンス特性

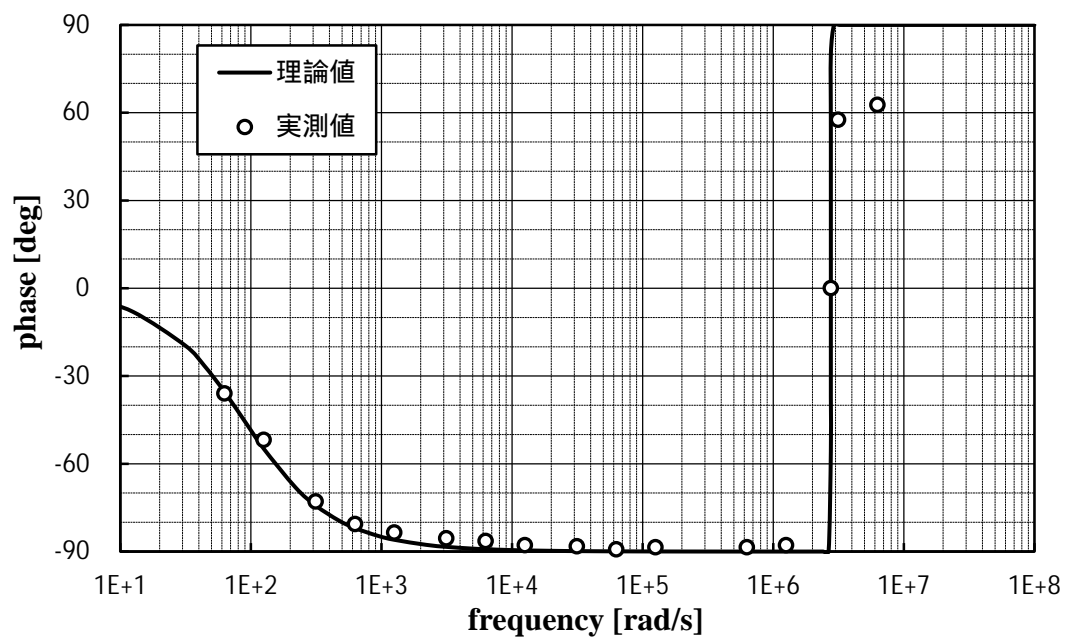


(b)位相特性

図 5.30 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.3-1 (圧粉鉄心コイル $430 \mu\text{H}$)

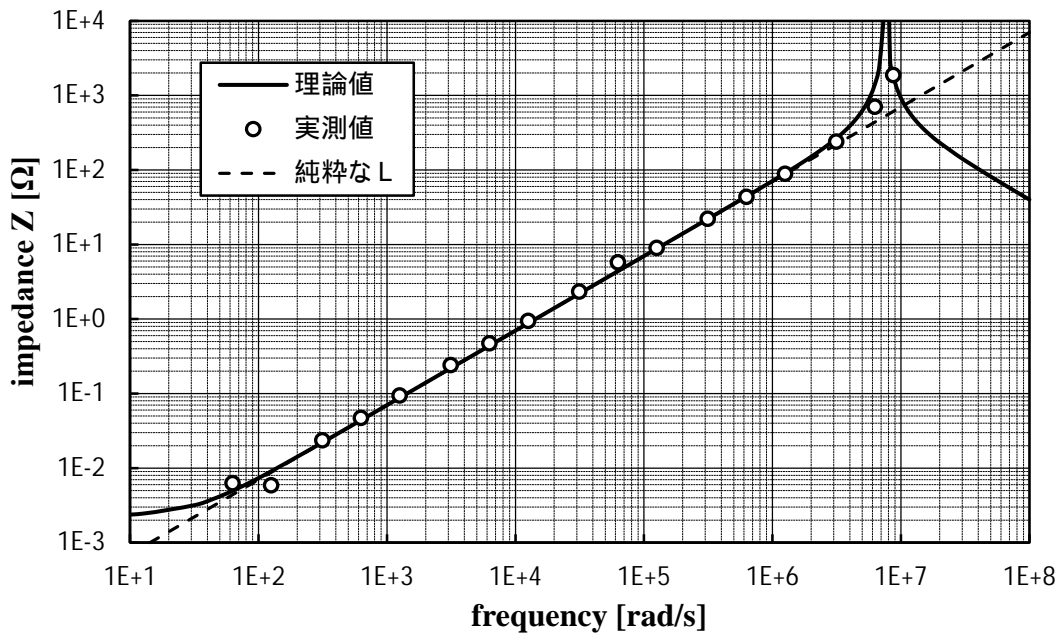


(a)インピーダンス特性

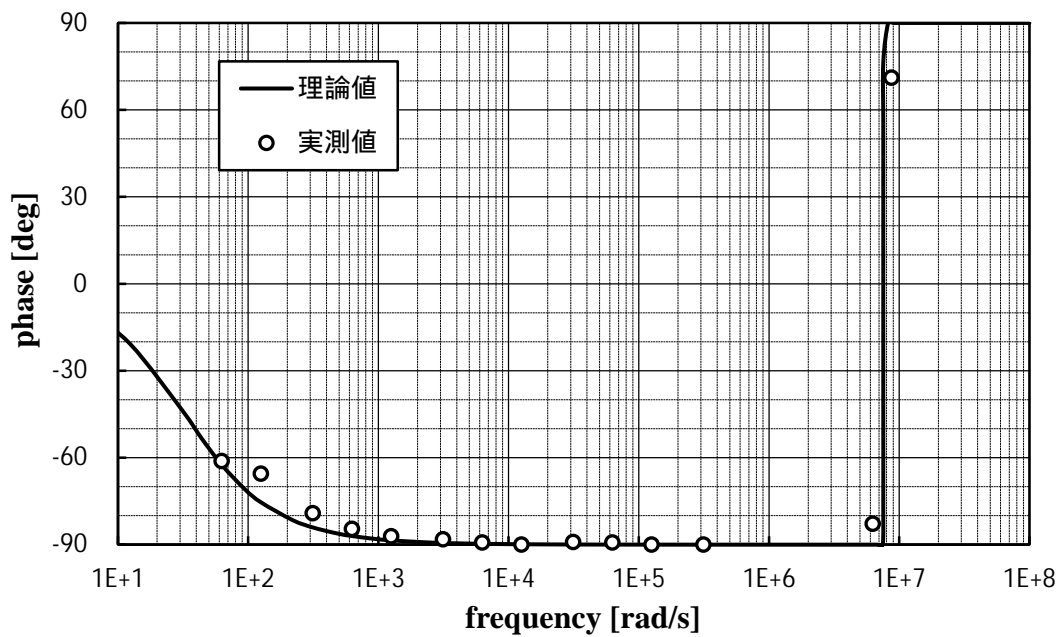


(b)位相特性

図 5.31 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.3-2(アモルファス巻鉄心コイル $930 \mu\text{H}$)



(a)インピーダンス特性



(b)位相特性

図 5.32 寄生成分を考慮した理論値と実験結果 5.3-3 (ダイヘン製特注コイル $70 \mu\text{H}$)

回路モデル図 5.28(a)を選んだ結果、インピーダンスのピークは有限の値となり、わずかなのであるがなだらかに $-90[\text{deg}]$ から $+90[\text{deg}]$ に変化している。

この寄生成分を考慮した理論値と実測値は全体的によく一致しており、図 5.28(a)の回路モデルおよび式(5.7)~(5.10)は正しいと考えられる。

5.3.5 自己共振周波数の近似

前々項で、自己共振周波数 $\omega_P = \sqrt{\frac{1}{Lx_L} - \frac{r_L^2}{L^2}}$ は $\omega_P \gg \sqrt{\frac{1}{Lx_L}}$ として良いとしたが、実際に表 5.2 の値を代入して計算してみて、どのくらいの誤差があるのか調べる。

圧紛鉄心コイルのパラメータ：L=430 μH, r_L=0.0867[Ω], c_L=144[pF]を代入して、周波数、インピーダンス、位相差を計算する、計算結果を表 5.3 に示す。

表 5.3 自己共振周波数 ω_P の近似による誤差

	周波数[rad/s]	インピーダンス[Ω]	位相差[deg]
$\omega_P = \sqrt{\frac{1}{Lx_L} - \frac{r_L^2}{L^2}}$	4021483.847	34489785.4	0.0000
$\omega_P = \sqrt{\frac{1}{Lx_L}}$	4021483.852	34489780.8	0.0029

誤差は非常に小さいことがわかる。よって今後、コイルの自己共振周波数は $\omega_P = \sqrt{\frac{1}{Lx_L}}$ を用いる。

5.4 製品カタログからのパラメータ取得

図 5.19 ~ 5.23, 図 5.30 ~ 5.32 のようなインピーダンス - 周波数特性のグラフは、データシート（製品カタログ）に載っている場合がある。データシートから各パラメータを取得し、実験から得られたものと比較する。

実験した素子の内、データシートにインピーダンス - 周波数特性が載っていたのは、フィルムコンデンサ 4.7 μF, 10 μF の 2 つであった。それを図 5.33³⁾ に示す。

図 5.33 の 4.7 μF の特性を見る。インピーダンスの極小値の周波数が自己共振周波数である。このグラフでは周波数の単位が[kHz]であることに注意すると、自己共振周波数は、約 480[kHz] 3.0×10^6 [rad/s]であると読み取れる。 $\omega_P = \sqrt{\frac{1}{l_c x_C}}$ の関係から、インダクタンス l_c は、 $l_c = 2.4 \times 10^{-8}$ [H]であると求められる。

あるいは、2000 ~ 10000[kHz]あたりインピーダンスから求めることができる。たとえば、7000[kHz]のとき $|Z| = \omega x_C$ であるから、 $l_c = 2.3 \times 10^{-8}$ [H]であると求められる。

また、抵抗成分 r_c は、ピーク値のインピーダンスであるから、 $r_c = 0.02$ [Ω]であると読み取れる。

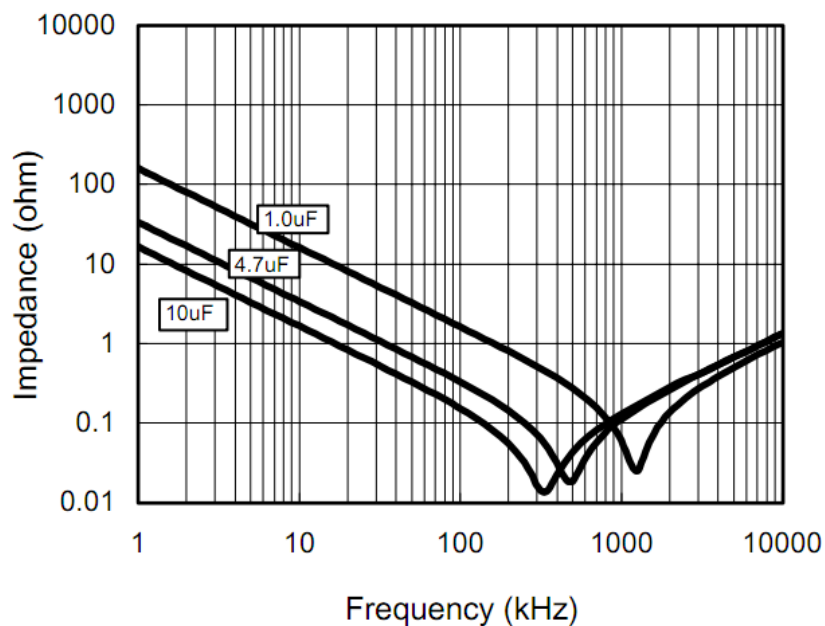


図 5.33 パナソニック ECQE1475KF (フィルムコンデンサ) の特性³⁾

10 μ F の場合も同様に求めることができる。

カタログから求めたパラメータと実験から得られたパラメータを比較する必要がある。得られたパラメータを表 5.4 に示す。

表 5.4 を見ると多少の誤差はあるものの、この程度の誤差なら問題ないといえる。部品個々にも差があり、データシートによれば公称値の $\pm 20\%$ は許容範囲とされている。

表 5.4 取得したパラメータの比較

キャパシタンス	パラメータ	実験から	データシートから
4.7 [μ F]	自己共振周波数	3.43×10^6 [rad/s]	3.0×10^6 [rad/s]
	インダクタンス	1.81×10^{-8} [H]	W_p から 2.4×10^{-8} [H] Z から 2.3×10^{-8} [H]
	抵抗成分 RC	0.0138 []	0.02 []
10 [μ F]	自己共振周波数	2.47×10^6 [rad/s]	2.0×10^6 [rad/s]
	インダクタンス	1.64×10^{-8} [H]	W_p から 2.5×10^{-8} [H] Z から 2.3×10^{-8} [H]
	抵抗成分 RC	0.0111 []	0.015 []

5.5 伝達関数

5.5.1 伝達関数の計算とボード線図描画

ここまでで、コンデンサの回路モデルとコイルの回路モデルが、それぞれ図 5.16 と図 5.28(a)であることが確認できた。またそれぞれの寄生成分のパラメータを表 5.1, 5.2 のように求めることができた。そこで次に、LC フィルタの回路モデルを考える。LC フィルタの回路モデルは、コンデンサ C を図 5.16 に、コイル L を図 5.28(a)に置き換えた、図 5.34 のような回路であると考えられる。

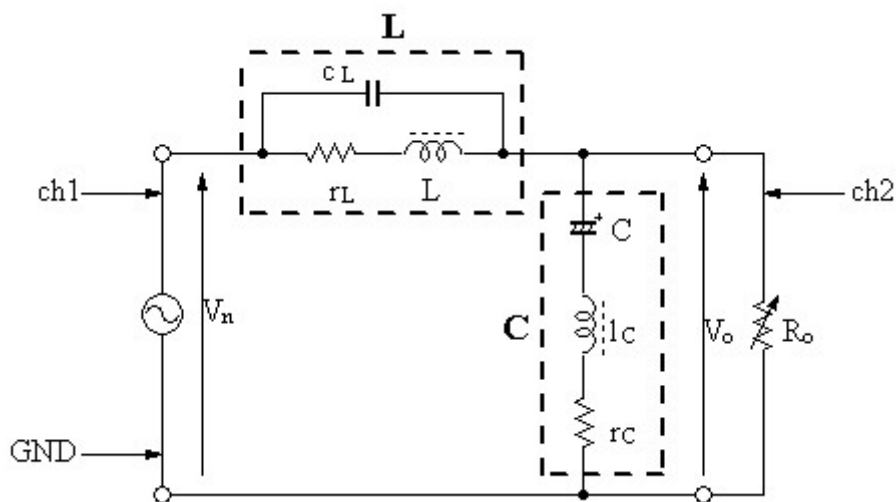


図 5.34 LC フィルタの回路モデル (測定回路)

また、スイッチングトランジスタ T_r (FET, IGBT など) のオン抵抗 R_{Tr} も含めると、図 5.35 のようになる。

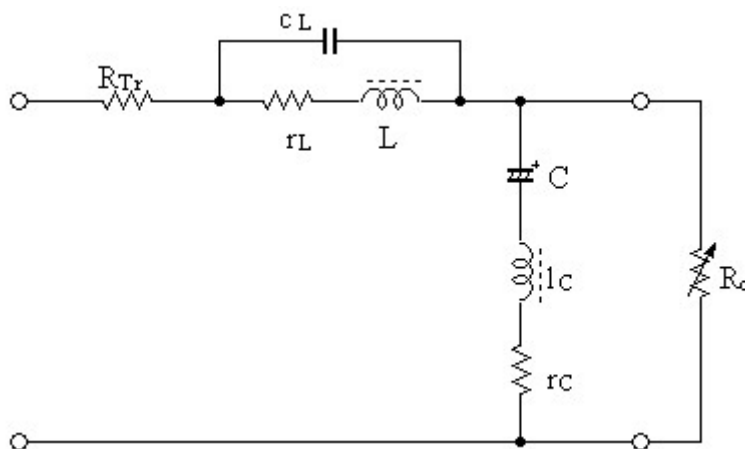


図 5.35 R_{Tr} も含めた LC フィルタの回路モデル

図 5.35 の回路の伝達関数を求めたところ、以下のようになった(計算過程は付録 C 参照)。
 T, U, V, W は w の関数である。また、電圧やコンデンサ等と紛らわしいので、 v, i, C, L 等の使用を避けている。

$$G_{LC}(s) = \frac{As^4 - Es^3 - Bs^2 + Fs + D}{Hs^4 - Ns^3 - Ks^2 + Os + M} \quad (5.11)$$

$$G_{LC}(jw) = \frac{T + jU}{V + jW} \quad (5.12)$$

$$|G_{LC}(jw)| = \frac{1}{V^2 + W^2} \sqrt{V^2T^2 + V^2U^2 + W^2T^2 + W^2U^2} \quad (5.13)$$

$$\text{ゲイン: } g = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{V^2 + W^2} \sqrt{V^2T^2 + V^2U^2 + W^2T^2 + W^2U^2} \right| \quad (5.14)$$

$$\text{位相差: } j = \tan^{-1} \frac{VU - WT}{VT + WU} \quad (5.15)$$

ここで、

$$\begin{cases} T(w) = Aw^4 + Bw^2 + D \\ U(w) = Ew^3 + Fw \\ V(w) = Hw^4 + Kw^2 + M \\ W(w) = Nw^3 + Ow \end{cases} \quad (5.16)$$

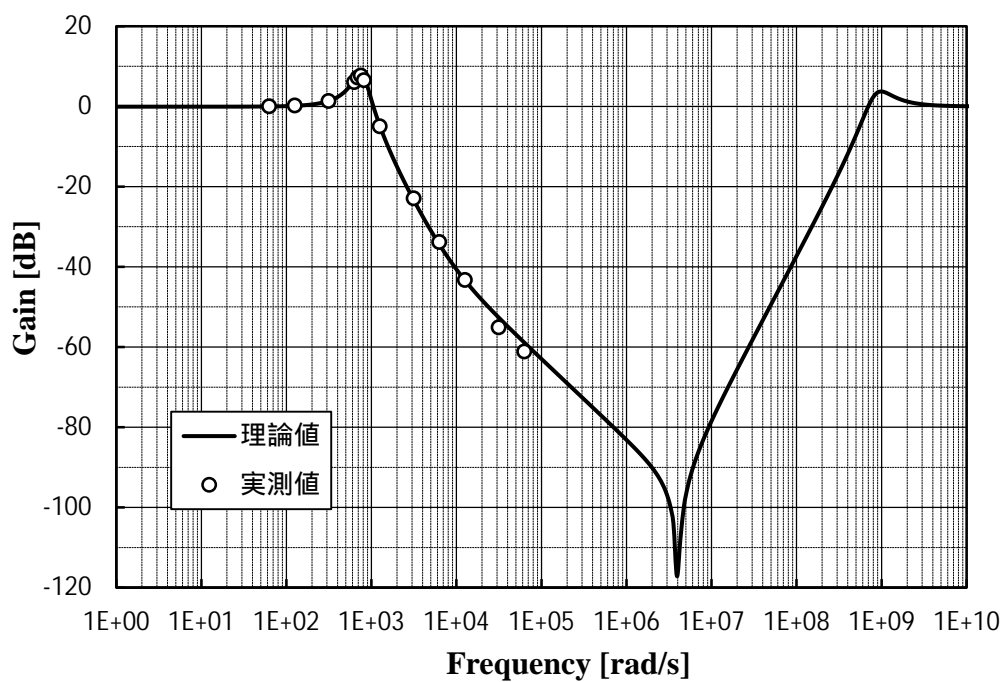
$$\begin{cases} A = aR_o & \begin{cases} H = a(R_o + R_{Tr}) \\ K = -\{d(R_o + R_{Tr}) + uR_oR_{Tr} + o + hR_o\} \\ M = g(R_o + R_{Tr}) + q \\ N = -\{-b(R_o + R_{Tr}) + tR_oR_{Tr} + n\} \\ O = f(R_o + R_{Tr}) + wR_oR_{Tr} + p + kR_o \end{cases} \\ B = -dR_o \\ D = gR_o \\ E = -bR_o \\ F = fR_o \end{cases} \quad (5.17)$$

$$\begin{cases} a = L \times_C \times_C \times_L \\ b = C \times_L (L \times_C + l_C \times_L) \\ d = L \times_L + C \times_L \times_L \times_C + C \times_C \\ f = r_L \times_L + r_C \times_C \\ g = 1 \\ h = L \times_C \\ k = C \times_L \end{cases} \quad \begin{cases} n = L \times_C \times_C \\ o = L \times_C \times_C + l_C \times_C \times_L \\ p = L + C \times_L \times_C \\ q = r_L \\ t = LC \times_L \\ u = C \times_L \times_L \\ w = C \end{cases} \quad (5.18)$$

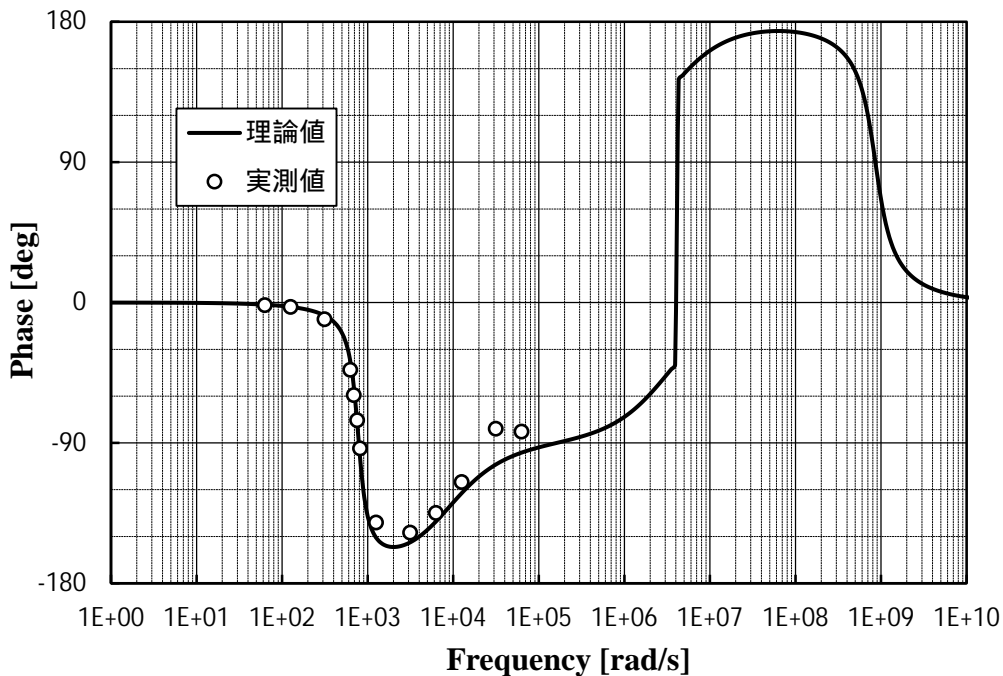
である。

この伝達関数を使うことによって LC フィルタのボード線図が描ける $R_{Tr}=0$ とすれば、図 5.34 の回路の伝達関数となる。図 5.34 は図 5.1 と対応しているので、実験 5.1-3、5.1-6 ~ 5.1-8 に対応する理論値曲線を描き、実測値と比較する。

実測値は 1×10^7 [rad/s] くらいまでだが、高周波域での振る舞いを知るために 1×10^{10} [rad/s] まで理論値曲線を描く。これらを図 5.36 ~ 5.39 および付録の表 C.26 ~ C.29 に示す。これらは、5.1 節の図 5.4、5.7 ~ 5.9 に対応している。

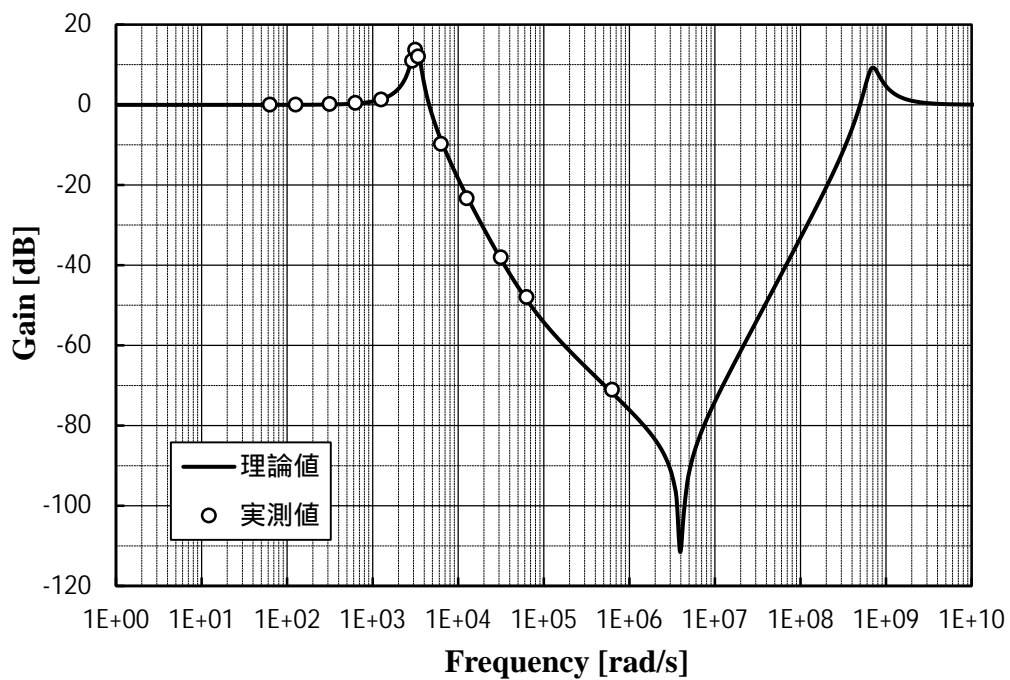


(a)ゲイン特性

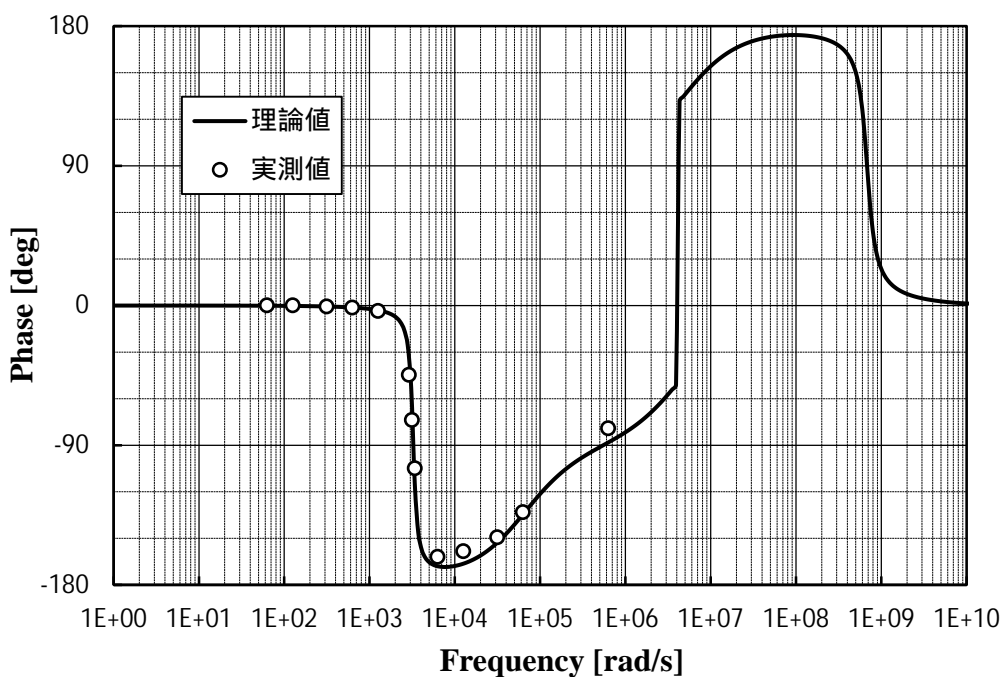


(b)位相特性

図 5.36 式(5.11) ~ (5.14)による理論値と実験結果 5.1-3 (図 5.4 に対応)
 (圧粉鉄心 $L=430[\mu\text{H}]$, 電解 $C=3900[\mu\text{F}]$, 巻線可変抵抗 $R_o=11.7[\]$)

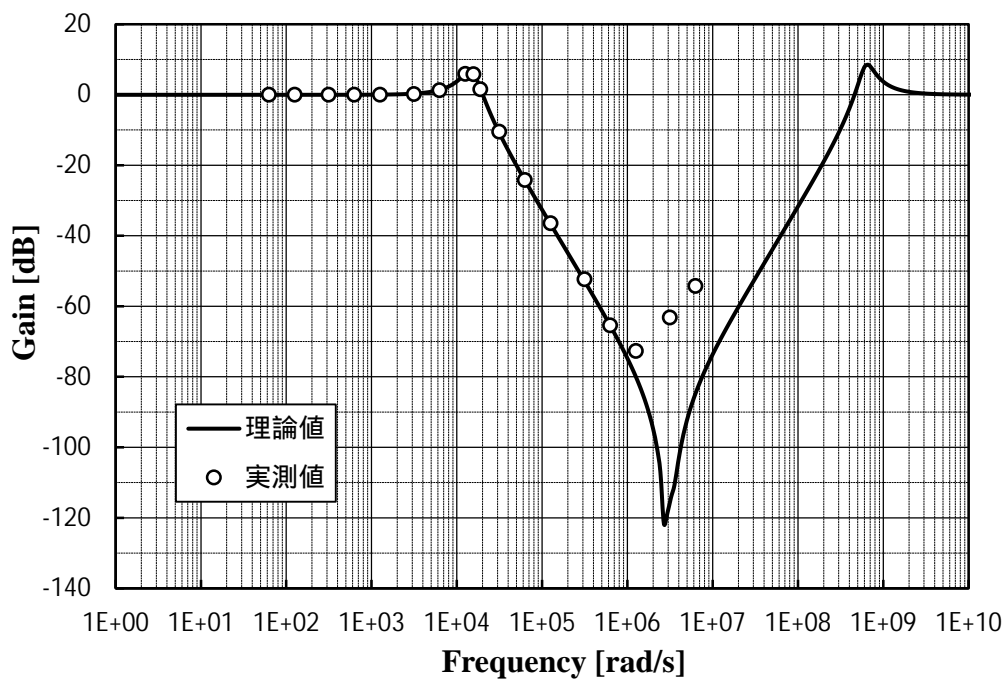


(a)ゲイン特性

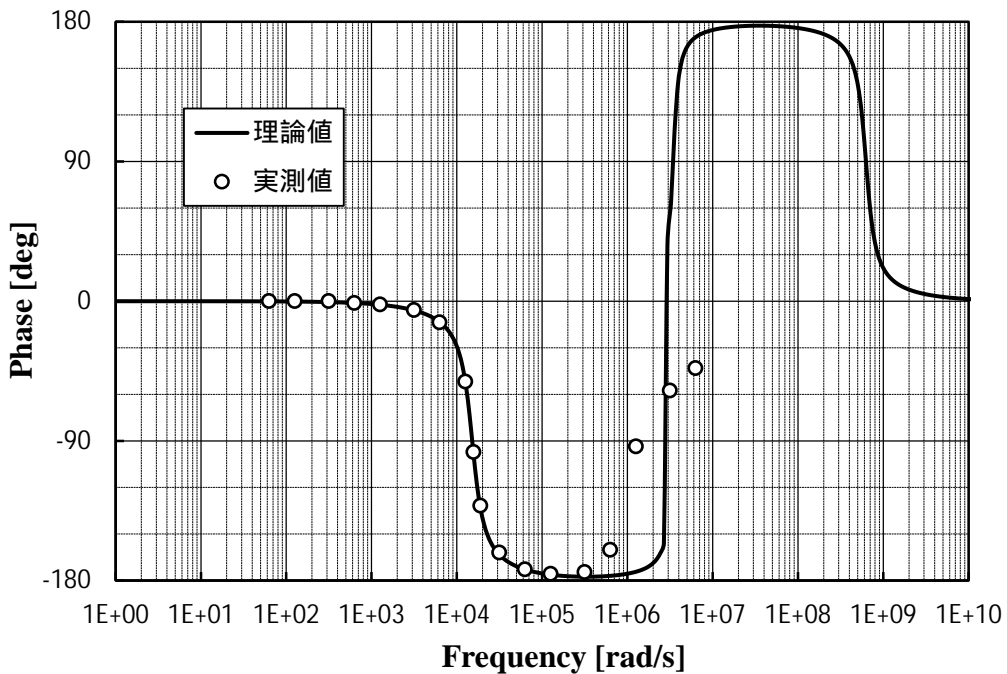


(b)位相特性

図 5.37 式(5.11) ~ (5.14)による理論値と実験結果 5.1-6 (図 5.7 に対応)
 (圧粉鉄心 $L=430[\mu\text{H}]$, 電解 $C=220[\mu\text{F}]$, 抵抗器 $R_0=29.9[]$)

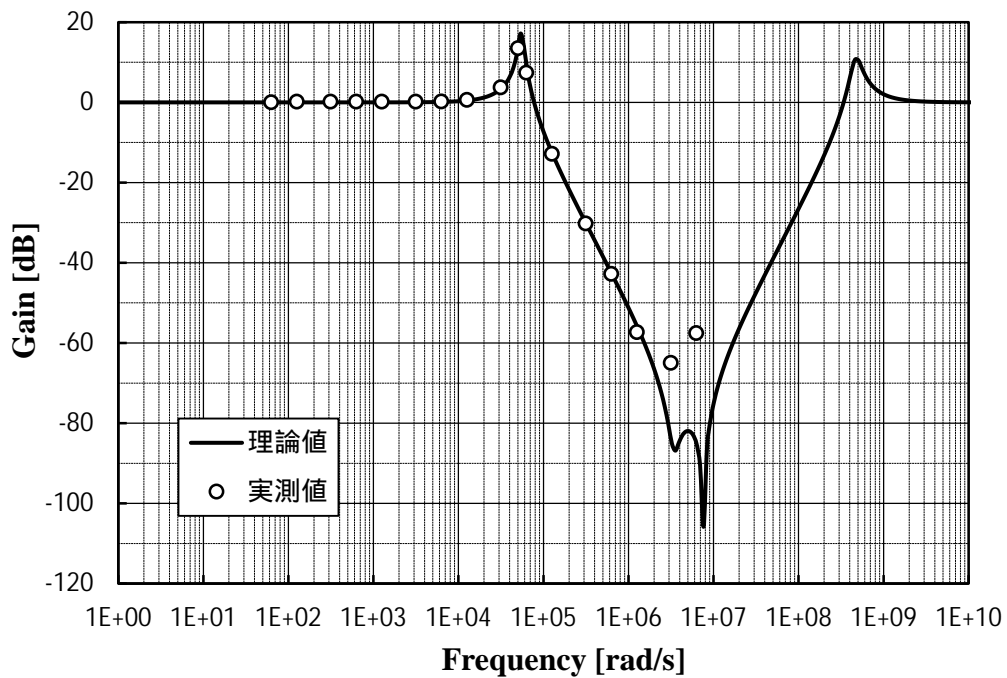


(a)ゲイン特性

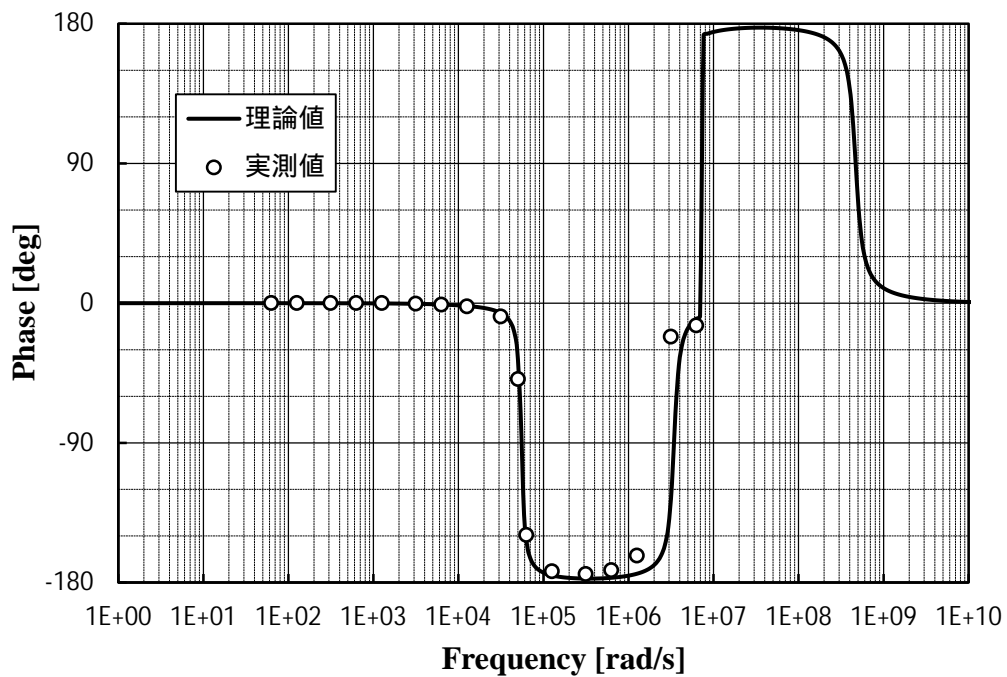


(b)位相特性

図 5.38 式(5.11) ~ (5.14)による理論値と実験結果 5.1-7 (図 5.8 に対応)
 (アモルファス $L=930[\mu\text{H}]$, フィルム $C=4.7[\mu\text{F}]$, 抵抗器 $R_0=29.9[]$)



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 5.39 式(5.11) ~ (5.14)による理論値と実験結果 5.1-8 (図 5.9 に対応)
(ダイヘン製 $L=70[\mu\text{H}]$, フィルム $C=4.7[\mu\text{F}]$, 抵抗器 $R_0=29.9[\]$)

単純な LC フィルタを考えていた式(5.2)による理論値と比べると,こちらの方が実測値とよく一致している.しかし, $1 \times 10^6[\text{rad/s}]$ あたりから理論値と実測値との一致度が悪くな

っており、ゲインが-80[dB]より小さくならないように思われる。それと同時に、位相の方も理論値と比べると緩やかに変化しているといえる。オシロスコープの TIME レンジが右いっぱいであることや、ゲイン-80[dB]であると出力電圧が数 mV になることから測定に誤差が含まれやすくなっていると思われる。しかし、何か他の要因の存在もあり得るので、今後の検討課題の一つである。

周波数が高くなると、ゲインは負のピークを迎え、その後上昇して再び正のピークがあり、最後は0[dB]に収束するようである。位相は、 $-180[\text{deg}]$ になった後、急上昇して $+180[\text{deg}]$ になり、再び位相は小さくなり、最後は $0[\text{deg}]$ に収束するようである。

L,C, l_c , l_L の共振の組み合わせは4通りあり、それらの点の前後でのゲインと位相の振る舞いは以下に述べる通りであると考えられる。

[1] $\frac{1}{\sqrt{LC}}$: (ゲイン) 最初の正のピーク。降下を始める。

(位相差) 緩やかに $-180[\text{deg}]$ 変化。

[2] $\frac{1}{\sqrt{l_c \times C}}$: (ゲイン) パラメータによってはピークを持つ。コンデンサの自己共振。

(位相差) 緩やか~やや急に $+180[\text{deg}]$ 変化する。

[3] $\frac{1}{\sqrt{L \times l_L}}$: (ゲイン) 負のピーク。コイルの自己共振。

(位相差) 急激に $+180[\text{deg}]$ 変化する。

[4] $\frac{1}{\sqrt{l_c \times l_L}}$: (ゲイン) 最後の正のピーク。0[dB]に落ち着く。

(位相差) 緩やかに $-180[\text{deg}]$ 変化する。

ここで注意しなければならないのは、[2]と[3]の値は近く、順番が前後することがあるということである。図 5.36, 5.37, 5.39 では、[2]の方が低周波数であるが、図 5.38 では[3]の方が低周波数である。

5.5.2 伝達関数の確認シミュレーション

この伝達関数が間違っていないか確認するため、回路シミュレーションソフトを使ってシミュレーションを行った。シミュレーションには Circuit Viewer Version3.0 を使用した。図 5.34 と同じ回路を構成し、周波数アナライザによって周波数特性を求める。各パラメータは、図 5.37 と同じものとした。

シミュレーション結果を図 5.40 に示す。

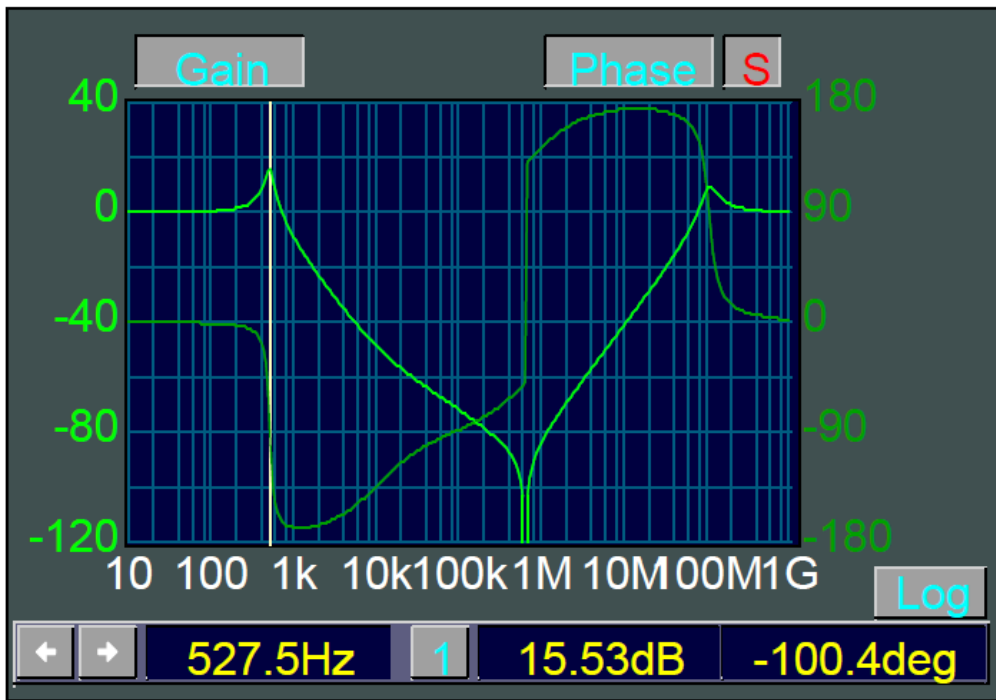
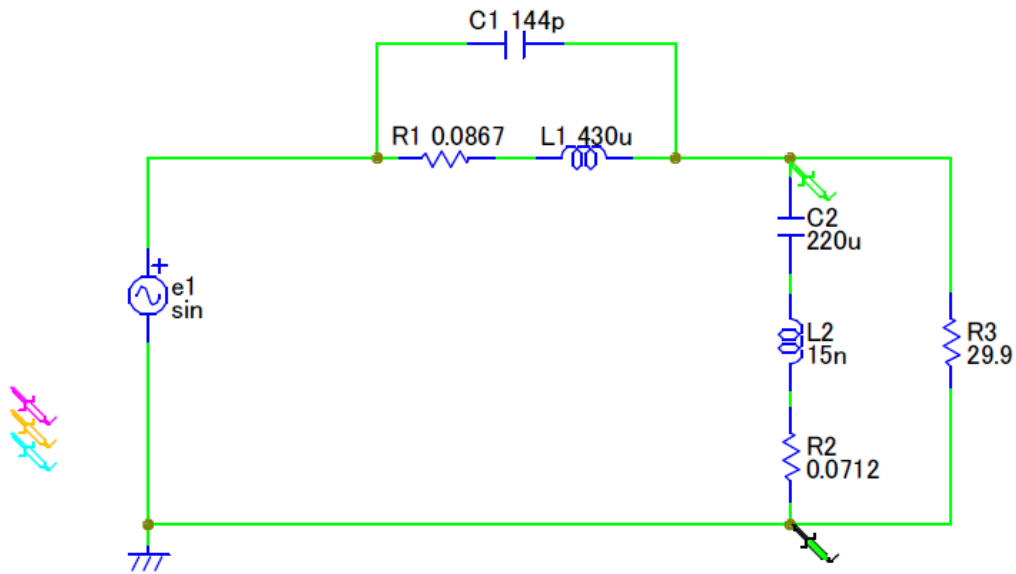


図 5.40 シミュレーション結果

図 5.37 と図 5.40 を見比べると，同一のものが得られていることがわかる．よって，求めた伝達関数，式(5.11)～(5.18)は間違っていないといえる．なお，図 5.37 では X 軸は角周波数[rad/sec]であるが，図 5.40 では周波数[Hz]である．

5.6 まとめ

コンデンサおよびコイルの回路モデルが得られ、周波数特性から寄生成分のパラメータを求めることができるようになった。

それらを LC フィルタに反映したときの伝達関数を求め、シミュレーションによってその伝達関数が間違っていないことを確かめた。

ボード線図を描いた結果、高周波域での LC フィルタの振る舞いがわかった。特に、超高周波域ではコイル L とコンデンサ C は特性が逆転し、コンデンサ c_L とコイル l_C になってしまうことがわかった。しかし、これは実用的にはあまり意味がないと思われる。実用レベルで影響の出る範囲はゲインが極小値となり、位相差が $0[\text{deg}]$ に戻ってくるところまでくらいと思われる。

参考文献

- 1) 平地克也：LC フィルタの伝達関数（L の抵抗成分の影響）、平地研究室技術メモ No. 2009227（2009）
- 2) 岩崎俊：電磁気計測，電子情報通信学会，pp.94-97（2002）
- 3) Panasonic ホームページ：ECQE(F)シリーズ データシート「温度特性，周波数特性，許容電流，その他」，Panasonic 回路部品 - フィルムコンデンサデータシート，付録 C に添付