平地研究室技術メモ No.20101031

電流が先か電圧が先か（リアクトルの場合）

（読んでほしい人：パワエレ初心者、パワエレ技術者）

2010/10/31 舞鶴高専 平地克也

■あらまし

先月の平地研究室技術メモ（No.20100930「電流が先か電圧が先か」）ではトランスの設計では電磁気学の教えとは逆に「電圧が先」と考えなければならないことを説明しました。今回の技術メモではリアクトルの場合を考えてみます。リアクトルはいわば２次コイルのないトランスであり、その動作原理はトランスと同じです。したがってリアクトルの場合も交流で動作する場合はトランスと同じく「電圧が先」と考えなければ設計できません。

リアクトルがトランスと異なる所は直流電流を流すような使用方法が多いことです。本技術メモでは直流電流を流して直流励磁された場合も「電圧が先」と考えて問題なきことを説明します。

■交流リアクトルの場合

リアクトル（図１）もトランス（図２）も鉄心にコイルを巻いたものであり鉄心に発生する磁束によって動作しているので動作原理は同じです。よって、コイルのターン数はトランスと同じく鉄心が飽和しないようにファラデーの法則を積分して計算します。具体的には次の通りです。

$$f = \frac{1}{N}\int v dt$$ ・・・・ファラデーの法則を積分した式

B を磁束密度、S を鉄心の断面積とすると、$\phi = BS$ より

$$B = \frac{f}{S} = \frac{1}{NS}\int v dt$$

v が正弦波なら次の式が成立します。

$$v = E\sin wt$$

$$B = \frac{1}{SN}\int E\sin wt dt$$

よって、B の最大値 B_{max} は次の式で表されます。なお、f は周波数で、$\omega = 2\pi f$ です。

$$B_{max} = \frac{1}{2SN}\int_0^p E\sin wt dt = \frac{E}{2SN}\frac{1}{w}\left[-\cos wt\right]_0^p = \frac{E}{SN}\frac{1}{w} = \frac{E}{SN}\frac{1}{2pf} \quad ・・・・(1)$$

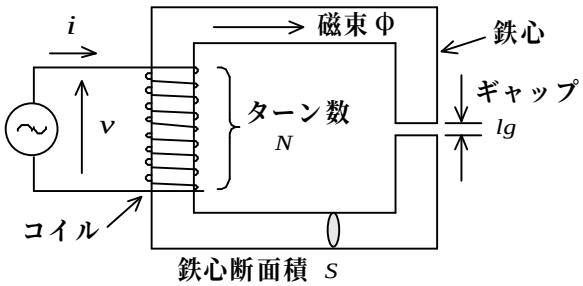

図１　リアクトル

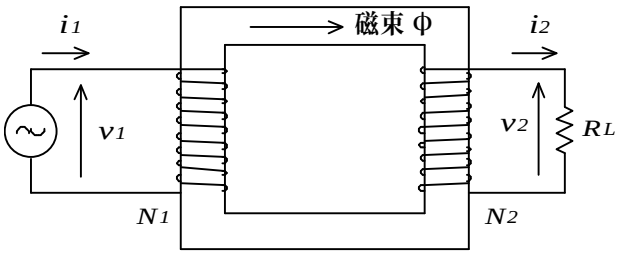

図２　トランス

Bmax＝1 テスラ、E＝100V×$\sqrt{2}$、f＝60Hz とすると、鉄心断面積＝10cm^2 の鉄心を使うなら(1)式に代入してコイルのターン数 N＝375 と計算されます。

交流リアクトルのトランスとの相違点は２次巻線がないことです。２次巻線がないのでリアクトルには負荷電流は流れず励磁電流のみ流れます。また、トランスは通常は励磁電流は小さい方がいいので鉄心の磁気抵抗は小さいほど有利ですが、リアクトルは普通は大きな電流を流すので励磁電流が大きくなるように鉄心の磁気抵抗を大きくする必要があります。図１のように鉄心の一部にギャップを挿入するのは磁気抵抗を大きくするためです。

■直流励磁がある場合の磁束密度の計算方法

トランスと交流リアクトルの磁束密度は電圧を積分して計算することを説明しました。次はリアクトルに直流電流が流れている場合の磁束密度を計算します。図３のようにリアクトルに直流電圧 E を印加する場合を考えます。等価回路は図４のようになります。R はリアクトルの巻線抵抗です。

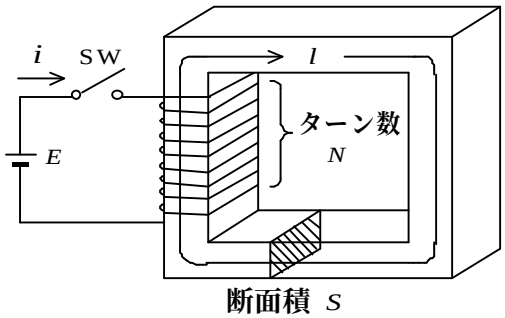

図３　リアクトルに直流電圧を印加

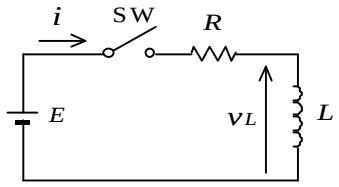

図４　図３の等価回路

まず電磁気学の教えに従って磁束密度を計算します。
アンペアの周回積分の法則から、

$$\int_C \vec{H} \bullet \vec{t}\, ds = I \quad \cdots\cdots (2)$$

ただし、H は磁界、$\vec{t}$ は単位ベクトル、C は積分の径路で電流 I を取り囲む閉ループです。

図１の場合は、鉄心の長さ（磁路長）を l（エル）とすると、

$$(2)\text{式の左辺} = \int_C \vec{H} \bullet \vec{t}\, ds = Hl$$

コイルのターン数を N とすると(2)式の右辺はこの場合は NI となります。
よって、

$Hl = NI$

$H = NI / l$

$B = \mu H = \mu NI / l$

$I = E / R$　を代入して

$$B = \frac{mNE}{Rl} \quad \cdots\cdots (3)$$

このように、リアクトルが直流励磁されている場合は電磁気学の教えの通りアンペアの法則から磁束密度を計算することができます。

次に「磁束は電圧で決まる」という考え方に基づいて磁束密度を計算してみます。図４から次の回路方程式が成立します。

$$E = Ri + L\frac{di}{dt}$$

この微分方程式を解いて、

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

よって、

$$v_L = L\frac{di}{dt} = Ee^{-\frac{R}{L}t}$$

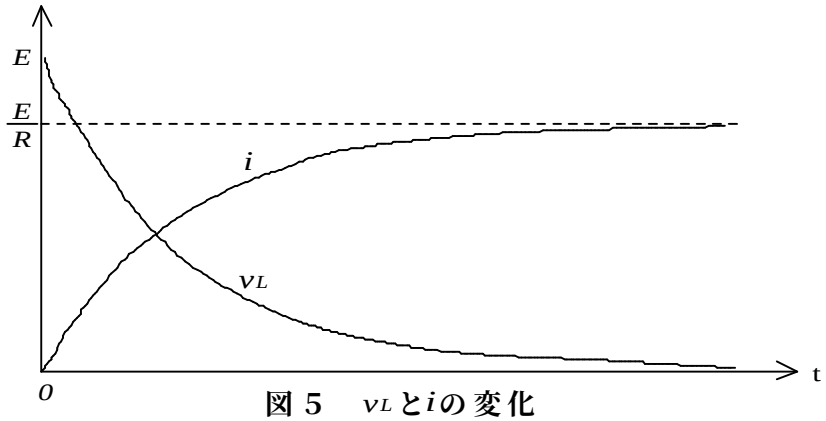

図５　v_L と i の変化

リアクトル電圧 v_L は図５に示すようにスイッチ SW を投入した瞬間は E であり、その後徐々に減少してやがて 0V になることが分かります。

磁束φはこの電圧 v_L を時刻 0 から時刻∞まで積分して求めます。

$$f = \frac{1}{N}\int v_L dt = \frac{1}{N}\int_0^\infty Ee^{-\frac{R}{L}}dt = \frac{E}{N}\left[-\frac{L}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right]_0^\infty = \frac{EL}{NR} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot(4)$$

図３の鉄心の磁気抵抗を R_m とすると、インダクタンス L は次の式で与えられます。

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

また、磁気抵抗 R_m は次の式で与えられます。ただし、μは鉄心の透磁率です。

$$R_m = \frac{l}{mS}$$

L と R_m の式を(4)式に代入して、

$$f = \frac{mNES}{Rl}$$

よって、

$$B = \frac{f}{S} = \frac{mNE}{Rl} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot(5)$$

これは即ちアンペアの法則から求めた(3)式と同じです。つまり、「磁束は電圧で決まる」と考えても「磁束は電流で決まる」と主張するアンペアの法則と同じ結果を得ることができます。

以上