

電流が先か電圧が先か

(読んでほしい人：パワエレ初心者)

2010/9/30 舞鶴高専 平地克也

あらまし

電流と磁界および磁束と電圧の関係はトランスを設計する上できわめて重要です。磁束の計算で鉄心のサイズやコイルのターン数が決まります。電流の計算でコイルの線径が決まります。電磁気学の教える所によるとこれらの関係は次のようになります。

電流が流れると磁界が発生する (アンペアの法則)。

磁界に対応して磁束が発生する ($B = \mu H$)。

磁束が変化すると電圧が発生する (ファラデーの法則)。

電磁気学の教えを疑うわけではありませんが、上記の考え方ではトランスやリアクトルの設計はできません。トランス屋さんは次のように考えます。

電圧を印加すると磁束が発生する。

磁束に対応して磁界が決まる。

磁界に比例して電流が流れる。

つまり、電磁気学では因果関係を「電流 磁界 磁束 電圧」の順番で考えますが、トランス屋さんはその逆「電圧 磁束 磁界 電流」の順番に考えます。電磁気学では電流が先、トランス屋さんは電圧が先です。トランス屋さんの順番で考えて初めてトランスの設計が可能となります。

電磁気学の教え

電磁気学の教科書では次のように説明されています。

電流が流れると磁界が発生する

電流 I と磁界 H の関係は次の通りです。 r は電流 (電線) からの距離です。

$$H = \frac{I}{2\pi r} \dots (1)$$

よって、磁界は電流に比例し、電流 (電線) からの距離に反比例します。積分を使って表せば次の式

になります。ただし、 \vec{t} は単位ベクトル、 C は積分の径路で電流 I を取り囲む閉ループです。

$$\int_C \vec{H} \cdot \vec{t} ds = I \dots (2)$$

(2)式がアンペアの周回積分の法則です。

図1のように鉄心にコイルを巻いた場合は鉄心内部の磁界 H は次のように計算されます。

鉄心の長さ (磁路長) を l (エル) とし、図1のように I に沿って鉄心を 1 周する径路を考えると(2)式の左辺は次のように計算されます。

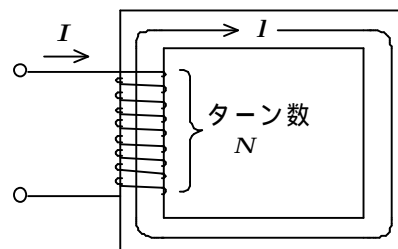


図1

$$(2) \text{式の左辺} = \int_C \vec{H} \cdot \vec{t} ds = HI$$

コイルのターン数は N なので I に沿って 1 周する閉ループの中には電流 I が N 回流れています。よって、(2)式の右辺はこの場合は NI となります。

よって、磁界 H は次のように計算されます。

$$HI = NI$$

$$H = NI / l \quad \dots \dots (3)$$

磁束に対応して磁界が決まる。

磁束の密度 (磁束密度) は磁界に比例し、その比例係数が透磁率です。磁束密度を B 、透磁率を μ とすると次の式が成立します。

$$B = \mu H \quad \dots \dots (4)$$

ただし、鉄の内部では H が変化すると μ も変化するので B と H は単純な比例の関係にはなりません。図 2 のような関係、いわゆるヒステリシス曲線になります。

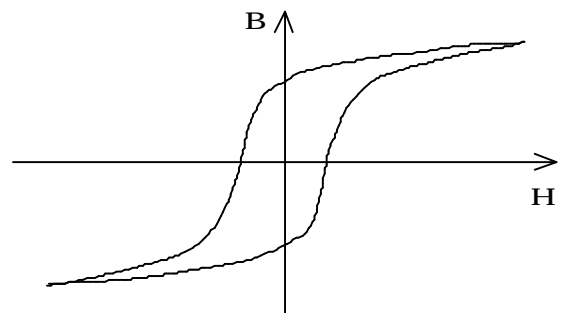


図 2 ヒステリシス曲線

磁束が変化すると電圧が発生する

図 3 では 1 ターンのコイルに磁束が鎖交しています。磁束が変化すればコイルに電圧 v が発生します。 v と f の関係は次の通りです。

$$v = \frac{df}{dt}$$

コイルが N ターンなら次の式になります。

$$v = N \frac{df}{dt} \quad \dots \dots (5)$$

これがファラデーの法則 (電磁誘導の法則とも言う) です。

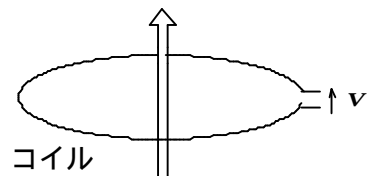


図 3 ファラデーの法則

電磁気学の教会でトランスが設計できるか？

トランス屋さんはお客さんから例えば次のようにトランスの注文を受けます： 入力電圧 100V、周波数 60Hz、出力電圧 200V、出力電流 5A、なるべく小型軽量のトランスを作れ。

トランス屋さんは次の項目を設計しなければなりません： 1 次コイルのターン数 n_1 と線径、2 次コイルのターン数 n_2 と線径、鉄心のサイズ。(図 4 参照)

電磁気学をよく勉強した優等生の新入社員は次のように考えて途方に暮れるでしょう。

電流が流れると磁界が発生する (アンペアの法則)

出力電流は 5A だがこれは負荷電流なので磁束を作らない。励磁電流が分かれば磁界が計算できる。しかし、励磁電流は分からない。

磁界に対応して磁束が発生する ($B = \mu H$)

磁界 H が分からないので磁束密度 B も分からない。磁束 も分からない。

磁束が変化すると電圧が発生する (ファラデーの法則)

磁束が分からないので電圧も分からない。しかしお客さんは入力電圧 100V、出力電圧 200V と言っている。一体どうすればいいのか？

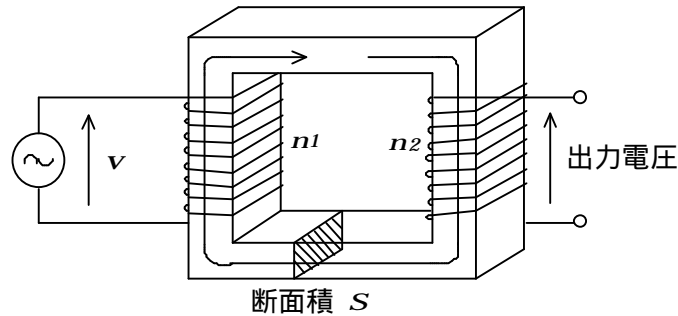


図4 変圧器の構造

トランス屋さんの設計方法

電磁気学をよく勉強していてもトランスの設計はできないようです。トランス屋さんは次のように設計します。

電圧を印加すると磁束が発生する。

ファラデーの法則 (5式) を積分すると次の式が得られます。

$$f = \frac{1}{N} \int v dt$$

B を磁束密度、 S を鉄心の断面積とすると、 $\Phi = BS$ より

$$B = \frac{f}{S} = \frac{1}{NS} \int v dt$$

v が正弦波なら次の式が成立します。

$$v = E \sin \omega t$$

$$B = \frac{1}{SN} \int E \sin \omega t dt$$

よって、 B の最大値 B_{\max} は次の式で表されます。なお、 f は周波数で、 $\omega = 2\pi f$ です。

$$B_{\max} = \frac{1}{2SN} \int_0^{\pi} E \sin \omega t dt = \frac{E}{2SN} \frac{1}{\omega} [-\cos \omega t]_0^{\pi} = \frac{E}{SN} \frac{1}{\omega} = \frac{E}{SN} \frac{1}{2\pi f} \dots (6)$$

B_{\max} には鉄心の材質で決まる限度値があります。飽和磁束密度と言い、鉄なら約 1 テスラです。

$B_{\max} = 1$ テスラ、 $E = 100V \times \sqrt{2}$ 、 $f = 60\text{Hz}$ とすると、鉄心断面積 = 10cm^2 の鉄心を使うなら(6)式に代入して $N = 375$ と計算されます。これが 1 次コイルのターン数です。2 次コイルの電圧は 200V なので 1 次コイルの 2 倍であり、ターン数も 2 倍の 750 ターンとなります。

磁束に対応して磁界が決まる。

(4)式より $H = \frac{B}{\mu}$ ですが、鉄の透磁率 μ は大変大きいので磁界 H は小さい値になります。鉄の透

磁率は前記のように H によって変化し、また鉄の種類によっても変化するのですが、鉄の比透磁率 μ_s を 5000 として計算すると透磁率 μ は次のようになります。

$$\mu = \mu_s \times \mu_0 = 5000 \times 4 \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-3}$$

磁束密度 B を 1 テスラとすると H は次のように計算されます。

$$H = B \div \mu = 1 \div (2 \times 10^{-3}) = 159[\text{A/m}]$$

磁界に比例して電流が流れる。

磁界 H が小さいので電流（即ち励磁電流）も小さな値になります。通常は負荷電流に比較して充分小さな値になります。磁界 H と励磁電流 I は(3)式の間接関係がありますが、磁路長 l を 50cm とすると次のように計算されます。

$$I = IH \div N = 0.5[\text{m}] \times 159[\text{A/m}] \div 375[\text{ターン}] = 0.21[\text{A}]$$

コイルの線径は電流で決まります。小型のトランスなら電流密度は 5A/mm^2 程度にします。今回は負荷電流（2次コイル電流）が 5A なので 2次コイルの断面積は $5\text{A} \div 5\text{A/mm}^2 = 1\text{mm}^2$ となり、線径 1.1mm となります。1次コイルは電流が2倍の 10A になるので断面積も2倍にします。1次コイルには励磁電流（0.21A）も流れますが、負荷電流の 10A に比べて充分小さいので線径の計算にはほとんど影響しません。

このようにトランス屋さんには「電圧を印加すると磁束が発生する」と考えてトランスを設計します。電流（励磁電流）は結果的に発生すると思えます。電磁気学の教え「電流が流れると磁界が発生する」には反するかもしれませんが、これがトランスメーカーの常識です。「鶏が先か卵は先か」は永遠の謎のようですが「電流が先か電圧が先か」も謎なのかもしれません。

以上